

# 分光計

## 【目的】

1. 利用最小偏向角測量三稜鏡的折射率。
2. 利用界面全反射現象測量純水的折射率。
3. 計算三稜鏡和純水的折射率簡諧振子模型近似公式。

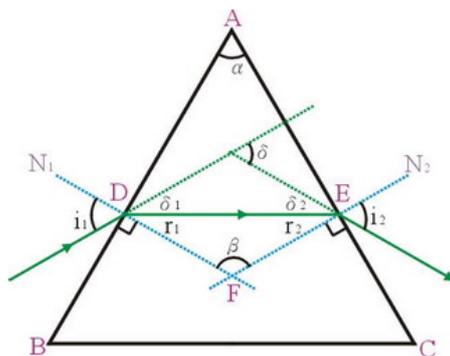
## 【原理】

### 一、分光計 (spectrometer)

分光計是一種測量角度的精密儀器，其基本原理是讓光線通過狹縫和聚焦透鏡形成一束平行光線，經過光學元件的反射或折射後，進入望遠鏡的物鏡，成像在望遠鏡的焦平面上，透過目鏡進行觀察和測量各種光線的偏轉角度，從而得到光學參量，如折射率、波長、色散率、衍射角等。

### 二、三稜鏡 (disperse prism) 的折射率

三稜鏡如圖一所示，兩個工作面（折射面）不同軸，其交線稱為折射稜，兩工作面的夾角稱為稜鏡的頂角。設稜鏡位於空氣中，其折射率為  $n$ ，頂角為  $\alpha$ ，入射角為  $i_1$ 。折射光線相對於入射光線的夾角為偏向角  $\delta$  (angular deviation)，其正負號以入射光線為起始邊來確定，當入射光線以銳角方向順時針轉向折射光線時為正，反之為負，圖一中  $\delta > 0$ 。



圖一 三稜鏡

由圖一知： $\alpha = r_1 + r_2$ 、 $\delta = i_1 + i_2 - \alpha = i_1 + i_2 - r_1 - r_2$ ，兩式相加得： $\alpha + \delta = i_1 + i_2$

由折射定律 (Snell's law) 知： $\sin i_1 = n \sin r_1$ 、 $\sin i_2 = n \sin r_2$ ，兩式相減得：

$$\sin \frac{1}{2} (i_1 + i_2) \cos \frac{1}{2} (i_1 - i_2) = n \sin \frac{1}{2} (r_1 + r_2) \cos \frac{1}{2} (r_1 - r_2)$$

$$\rightarrow \sin \left[ \frac{1}{2} (\alpha + \delta) \right] = \frac{n \sin \left( \frac{1}{2} \alpha \right) \cos \left[ \frac{1}{2} (r_1 - r_2) \right]}{\cos \left[ \frac{1}{2} (i_1 - i_2) \right]}$$

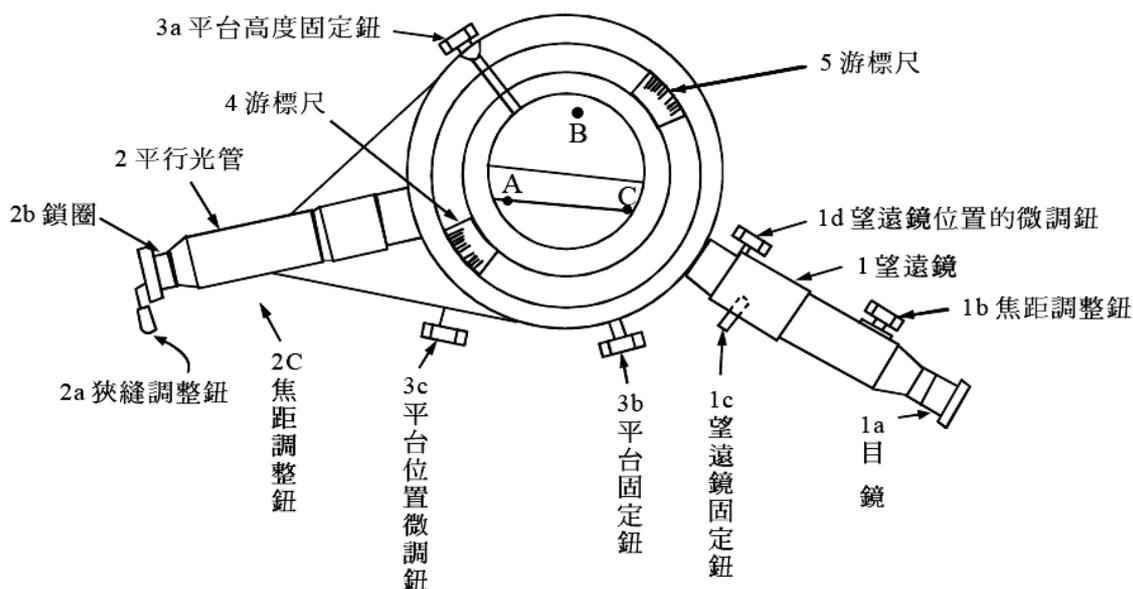
三稜鏡的  $\alpha$  和  $n$  為定值，由上式可知：偏向角  $\delta$  只與  $i_1$  有關。當  $i_1 = i_2$ 、 $r_1 = r_2$  時，其

偏向角為最小。上式可寫為  $\sin \frac{1}{2} (\alpha + \delta_m) = n \sin \frac{\alpha}{2}$  或  $n = \frac{\sin \frac{(\alpha + \delta_m)}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \dots \dots (1)$

其中， $\delta_m$  為最小偏向角 (minimum deviation)。當測得最小偏向角後，即可用上式求得三稜鏡的折射率。



## 【實驗步驟】



圖三 分光計頂視圖

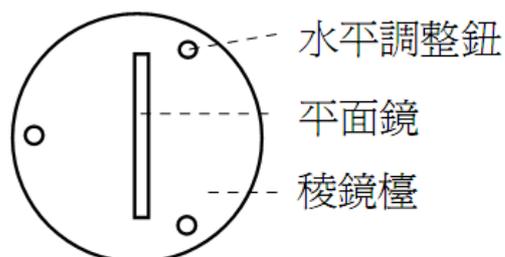
### 一、分光計的調整

#### 1. 望遠鏡的聚焦調整

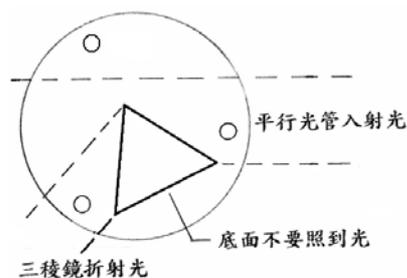
(1) 參考圖三和圖四的說明，將平面鏡放在稜鏡檯中央，鏡面與稜鏡檯水平調整鈕連線平行。將大盤固定鈕鬆鎖，旋轉大盤使平面鏡對正望遠鏡。

(2) 仔細小心的前後調整望遠鏡目鏡位置，使望遠鏡中的叉絲指標清晰出現。

(3) 將高斯目鏡上的投射燈電源打開，調整大盤的方位、稜鏡檯傾角（水平調整鈕）和望遠鏡聚焦（焦距調整鈕），直到望遠鏡中可看見自平面鏡反射回來的叉絲像，此時望遠鏡已聚焦於無限遠。若看不到影像，請檢查平行燈管出來的光是否為平行光，若不是，請檢查聚光透鏡是否有拿下來？



圖四 平面鏡放置圖



圖五 觀測汞燈光譜的三稜鏡放置圖

#### 2. 稜鏡檯與旋轉主軸垂直的調整

(1) 移開平面鏡，如圖五所示之方位放上三稜鏡，三稜鏡底面要與稜鏡檯水平調整鈕連線平行，調整稜鏡檯的高度使三稜鏡上沿稍低於望遠鏡上沿。

(2) 調整大盤的方位直到望遠鏡中可看見自三稜鏡某一面反射回來的叉絲像。

(3) 調整稜鏡檯水平旋鈕(反射面正後方)，使叉絲像與反射回來的叉絲像二者重合。

(4) 轉動大盤使三稜鏡的另一面對正望遠鏡，並重覆步驟(3)。

(5) 經由三稜鏡三個面反射回來的叉絲像均不再改變高度時，因為三稜鏡的三個面與其底面精確垂直，故稜鏡檯已與大盤旋轉主軸垂直。

註：分光計上的望遠鏡被設計為不可調，我們藉著望遠鏡與大盤主軸垂直的事實，只要調整稜鏡檯與望遠鏡垂直，就可得到稜鏡檯平面與大盤主軸垂直。

### 3. 光源與平行光管的調整

(1) 仔細調整汞燈位置，使汞燈成像於平行光管的狹縫上，通過平行光管的燈光均勻射出  
(2) 在汞燈與狹縫間插入一張白紙，再將望遠鏡對正平行光管，調整平行光管上的焦距調整鈕（不可再動望遠鏡焦距），使望遠鏡中可看到清晰的狹縫像，代表平行光管已產生平行光。

(3) 取下白紙，再次檢查汞燈成像是否仍在平行光管的狹縫上。若不是，請重做步驟(1)  
二、測量三稜鏡對汞燈各色光譜的折射率

1. 三稜鏡如圖五所示放置，開大平行光管狹縫，取一張白紙放在折射光射出的方位上，旋轉大盤，直到可看見自三稜鏡折射而來的一連串彩色光譜投射在白紙上，旋轉大盤可發現彩色光譜會隨著移動。

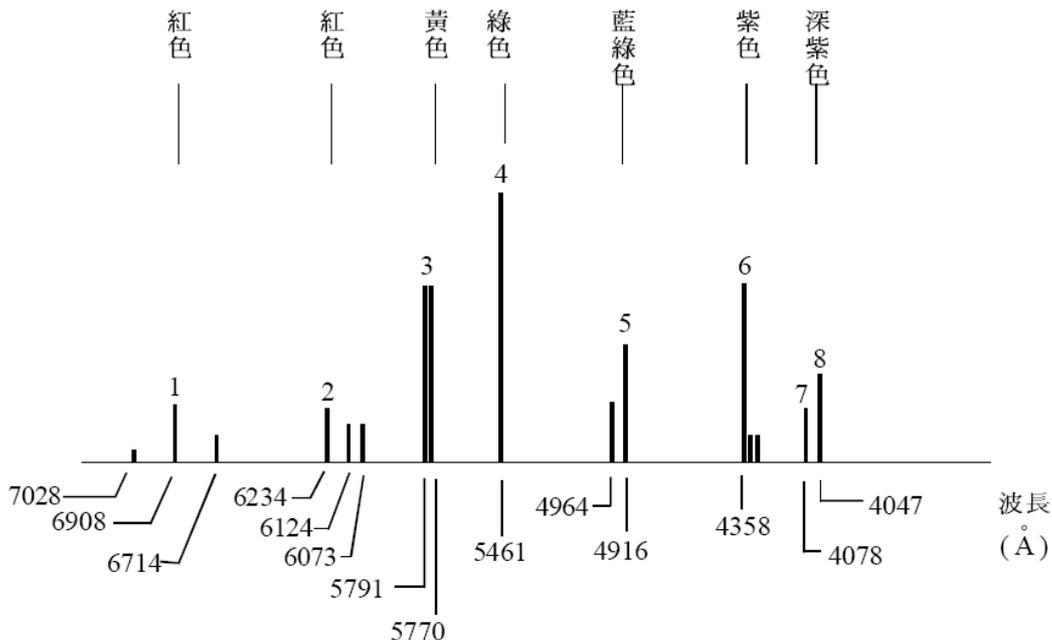
2. 在入射光移動的方向上有一個極限位置，在此位置上微量的旋轉大盤，可發現有一條白光在彩色譜線間移動，將其對準黃光，即黃光正處於最小偏向角上。

註：入射白光經三稜鏡兩次折射產生色散，但經三次內反射、兩次折射後，離開時仍為白光  
3. 再次確認沒有光線照到三稜鏡底面。若有，請平移三稜鏡後，重覆步驟(1)。

4. 將望遠鏡移到黃光處，可由望遠鏡目鏡投射到白紙上為止，減小狹縫寬度，經由望遠鏡目鏡看黃光譜線，繼續減小狹縫寬度，直到兩條黃光譜線分離為止。

註：若此時譜線不夠清晰，可微量調整望遠鏡焦距。

5. 仔細比對圖六所示的汞燈各色光譜，並找出 8 條譜線的相對位置。



圖六 Hg 光譜分佈圖（譜線長短代表亮度）

6. 將望遠鏡對正第一條譜線（紅色 1 號），同時轉動大盤及望遠鏡，使譜線保持在視野中，當看到白光與待測譜線（經由三稜鏡折射的紅色 1 號）重合，固定大盤。

7. 調整望遠鏡的方位使叉絲對正待測譜線，固定望遠鏡。（叉絲與譜線間不可以有視差）

註：大盤方位只影響白光的位置，望遠鏡的方位只用來對準待測譜線。

8. 用放大鏡非常仔細地自分光計上兩邊角度盤的下方窗口讀取角度，並記錄望遠鏡的方位角  $\theta_1$ 。

9. 固定大盤（非常重要）後，調整望遠鏡到入射光方位，使叉絲對正狹縫像，固定望遠鏡。

10. 用放大鏡非常仔細地自分光計上兩邊角度盤的下方窗口讀取角度，並記錄望遠鏡的方位角  $\theta_2$ 。

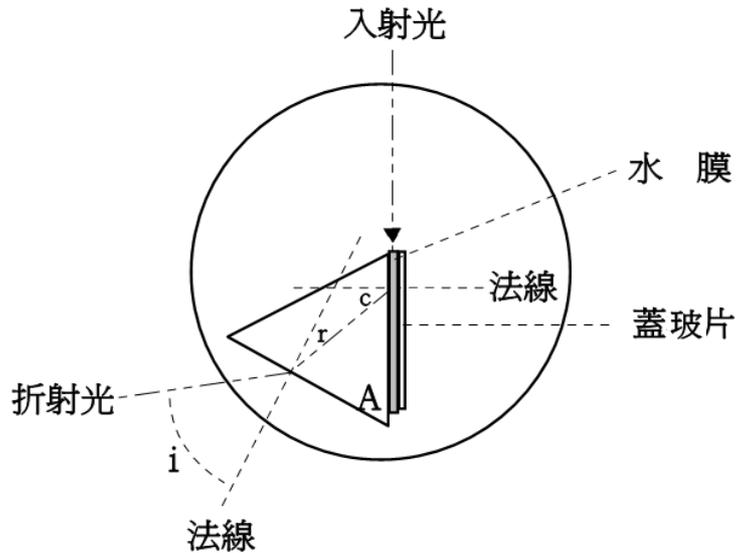
11. 計算待測譜線的最小偏向角  $\angle D = |\theta_1 - \theta_2|$ 。

12. 將數據代入公式(1)，算出折射率。

13. 重覆步驟(6)到(12)，算出2號譜線~8號譜線的折射率。

14. 以波長 $\lambda$ 為橫軸，折射率 $n$ 為縱軸作圖，繪出三稜鏡在可見光區的 $n-\lambda$ 圖。

### 三、測量純水對汞燈光譜的折射率



圖七 測量純水折射率器材放置圖

1. 聚光透鏡套在平行光管前端，蓋玻片用純水黏貼在三稜鏡的某一面，參考圖七所示的方位放置。

註：與水相接觸的面均要擦拭清潔

2. 將狹縫開大使平行光管亮度增強，已聚焦的光線順著水膜方向射入，像點落在三稜鏡上有膜的一角，置此角於稜鏡檯的中央。

3. 不斷改變觀看的位置，在有水膜的稜鏡角邊緣附近尋找，彩色的明亮區會自稜鏡角邊緣離開，分離的空間即為暗區。將望遠鏡移到眼睛與暗區的中間，稍加尋找就可發現此彩色亮線的分界線。極輕微的移動蓋玻片，使分界線更加清楚，固定大盤。

4. 將望遠鏡又絲對正黃色邊界，記錄望遠鏡位置 $\alpha$ 。

5. 將望遠鏡移到射出面的法線方向，利用高斯目鏡調整望遠鏡與此稜鏡面精確垂直，記錄望遠鏡位置 $\beta$ 。

6. 由圖七知： $\angle i = |\alpha - \beta|$ 。

7. 將數據代入公式(3)，算出 $\angle r$ 。

8. 將數據代入公式(4)，算出 $\angle c$ 。

9. 將數據代入公式(2)，算出 $n_w$ 。

10. 重覆步驟(4)到(9)，算出綠光邊緣和紫光邊緣的 $n_w$ 。

11. 以波長 $\lambda$ 為橫軸，折射率 $n$ 為縱軸作圖，繪出純水在可見光區的 $n-\lambda$ 圖。

### 【計算與分析】

1. 三稜鏡折射率二階簡諧振子模型近似公式如下所示：

$$n^2(\lambda) = 1 + \frac{A \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_a^2} + \frac{B \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_b^2} \dots \dots (5)$$

將圖六8條譜線的 $\lambda$ 、 $n$ 數據分成奇數與偶數兩組，代入公式(5)，可求出兩組係數( $A$ 、 $B$ 、 $\lambda_a$ 、 $\lambda_b$ )，將此兩組係數的平均值代入公式(5)，可求得此三稜鏡在任意波長下的折射率。

以波長 $\lambda$ 為橫軸，折射率 $n$ 為縱軸作圖，繪出三稜鏡在紫外光到紅外光的 $n-\lambda$ 圖。

註：公式(5)中的 $\lambda_a$ 與 $\lambda_b$ 為該稜鏡材質存在的兩個自然諧振頻率，代表該稜鏡對此二頻率的光為不透明，即光會被吸收。

2. 純水折射率一階簡諧振子模型近似公式如下所示：

$$n^2(\lambda) = B + \frac{A \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_a^2} \dots\dots (6)$$

將黃光邊緣、綠光邊緣和紫光邊緣的  $\lambda$ 、 $n_w$  數據代入公式 (6)，可求出係數 A、B、 $\lambda_a$ ，將係數代入公式 (6)，可求得純水的折射率一階簡諧振子模型的近似值。

以波長  $\lambda$  為橫軸，折射率  $n$  為縱軸作圖，繪出純水在紫外光到紅外光的  $n-\lambda$  圖。

**【問題】**

1. 說明如何使用折射率的近似計算公式 Sellmeier equation： $n^2 = 1 + \sum_i \frac{A_i \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_i^2}$ 。
2. 繪出高斯目鏡的構造圖，並說明其功用。

**【參考資料】**

1. 幾何光學，葉玉堂、饒建珍、肖峻編著，郭浩中校訂，台北市，五南圖書出版股份有限公司，2008年12月，CH 1.4.4。
2. Optics, by Eugene Hecht, 4th Edition, Ch 3.5、5.5。