

干 涉

【目的】

1. 認識光的波動性與干涉現象
2. 觀察雙狹縫、雙稜鏡與雙面鏡的干涉現象，測量雷射光波長。

【原理】

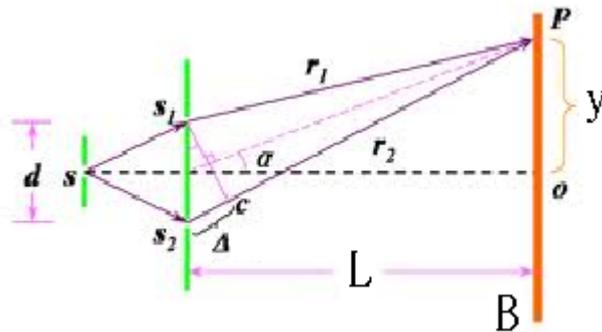
光在相遇區域內形成穩定的明暗交替或彩色條紋的現象稱為光的干涉 (Interference) 現象。光的干涉現象是光波疊加後能量再分配的結果。光干涉的理論基礎是波的疊加原理 (The Superposition Principle)。並不是任意的光波疊加都能產生干涉現象，能夠產生干涉現象的光波必須滿足一定的條件，即兩列光波疊加產生干涉的必要條件，也稱為相干條件為：①兩光波的振動方向相同；②兩光波的頻率相同；③兩光波的相位差固定 (同調)。

利用普通光源獲得干涉光線束的方法可分為兩大類：一類是分波前法，另一類是分振幅法。所謂分波前干涉 (wave-front splitting inference) 是由同一波前分出兩部分或多部分，然後再使這些部分的子波疊加產生干涉。雙縫干涉就是一種典型的分波前干涉。所謂分振幅干涉 (amplitude splitting inference) 是來自同一光源的光波經薄膜的上表面和下表面反射，將光波的振幅分成兩部分或多部分，再將這些波束疊加產生干涉。薄膜干涉、麥克森干涉儀和多光束干涉儀均利用了分振幅干涉。

1. 楊氏雙狹縫干涉

利用分波前產生雙光束干涉的典型實驗是楊氏雙狹縫實驗。1801年，楊 (Young) 的雙狹縫實驗首次證明了光可以發生干涉，由此肯定了光的波動性。

楊氏雙狹縫干涉裝置原理圖如圖一所示，一強光源照明狹縫 S，經 S 的光照明兩平行的狹縫 S_1 和 S_2 ，雙狹縫 S_1 和 S_2 的間距為 d ，觀察屏幕 B 與兩狹縫的距離為 L ，且 $d \ll L$ ，雙狹縫 S_1 和 S_2 是從狹縫 S 發出的同一波前上分割出來的很小的兩部分，作為兩干涉光線源，他們發出的次波在觀察屏幕上疊加，形成干涉條紋。



圖一 楊氏雙狹縫干涉實驗裝置原理圖

狹縫 S 和雙狹縫 S_1 、 S_2 都很窄，均可視為線光源。在觀察屏幕上 y 很小的範圍內的 P 點，從線光源 S 發出的光波經 SS_1P 和 SS_2P 兩條不同路徑的兩束光的光程差為

$$\Delta = r_2 - r_1, \text{ 其中 } r_1 = \sqrt{\left(y - \frac{d}{2}\right)^2 + L^2}, r_2 = \sqrt{\left(y + \frac{d}{2}\right)^2 + L^2}$$

$$\text{由上兩式得：} r_2^2 - r_1^2 = 2yd, \Delta = r_2 - r_1 = \frac{2yd}{r_2 + r_1}$$

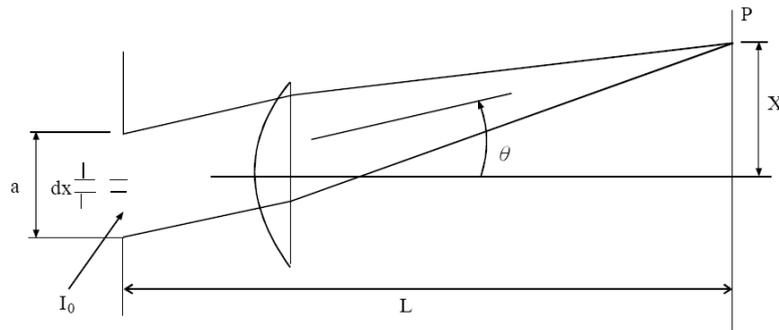
當屏幕的距離夠遠，使 $L \gg d$ ，且觀察範圍夠小，使 $L \gg y$ 時，有 $r_2 + r_1 \sim 2L$ ，故 $\Delta \sim \frac{yd}{L}$ ，相應的相位差為 $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{yd}{L}$

① $\phi = \pm 2m\pi$ ($m=0, 1, 2, \dots$) 時，光強極大，得亮紋中心位置為 $y = \pm m \frac{L\lambda}{d}$ ，其中， m 為亮紋級次， $m=0$ 的亮紋稱為零級亮紋或中央亮紋。

② $\phi = \pm (2m+1)\pi$ ($m=0, 1, 2, \dots$) 時，光強極小，得暗紋中心位置為 $y = \pm (m + \frac{1}{2}) \frac{L\lambda}{d}$ ，其中， m 為暗紋級次。

兩相鄰亮紋（或暗紋）間的距離為 $D = (m+1) \frac{L\lambda}{d} - m \frac{L\lambda}{d} = \frac{L\lambda}{d}$ ， $\lambda = \frac{dD}{L}$ (1)

由於雙狹縫是由兩個寬度為 a 的單狹縫所組成，故雙狹縫干涉必同時伴隨有單狹縫之繞射效果，實際觀察其干涉圖像，亦為二者之混合。



圖二 單狹縫繞射原理圖

相應的相位差為 $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi xa}{\lambda L}$

① $\phi = 0$ 時，相長干涉，為亮紋。

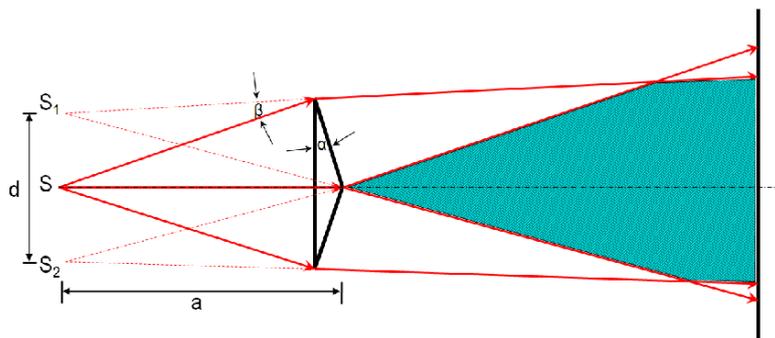
② $\phi = \pm (2n+1)\pi$ 時， $n=1, 2, 3, \dots$ ，相長干涉，為亮紋，亮紋中心位置為 $x = \pm (n + \frac{1}{2}) \frac{L\lambda}{a}$ 。

③ $\phi = \pm 2n\pi$ 時， $n=1, 2, 3, \dots$ ，相消干涉，為暗紋，暗紋中心位置為 $x = \pm n \frac{L\lambda}{a}$ 。

第一階繞射暗紋的位置為 $x = \pm \frac{L\lambda}{a}$ ，兩者距離 $W = \frac{L\lambda}{a} - (-\frac{L\lambda}{a}) = 2 \frac{L\lambda}{a}$ ， $a = \frac{2L\lambda}{W}$ (2)

2. Fresnel 雙稜鏡干涉

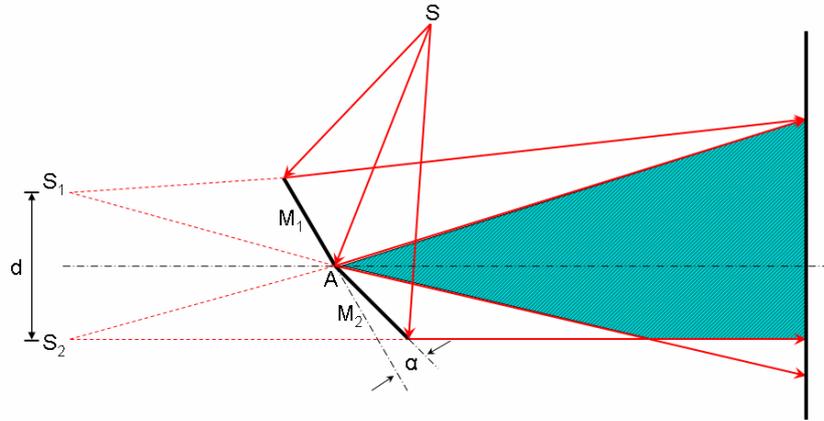
Fresnel 雙稜鏡干涉裝置圖如圖三所示。它是由兩塊相同的、頂角 α 很小的直角稜鏡對接組成。光源 S 發出的光波，其波前的兩部分經上、下兩個稜鏡折射後形成兩束光。這兩束光可以看成是由同一光源 S 的兩個虛像 S_1 和 S_2 發出的，因而是相干的。在它們的重疊區域，這兩束光將產生干涉，形成干涉圖樣。在 α 很小的情況下，兩干涉光線源間的距離為 $d = 2(n-1)\alpha$ ，其中， n 為稜鏡材料的折射率。



圖三 Fresnel 雙稜鏡干涉裝置圖

3. Fresnel 雙面鏡干涉

Fresnel 雙面鏡干涉裝置圖如圖四所示，它由兩個反射鏡 M_1 和 M_2 組成， M_1 和 M_2 之間有一很小的夾角 α 。光源 S 發出的光波，其波前的兩部分經 M_1 和 M_2 反射後形成兩束光。這兩束光可以看成是同一光源 S 的兩個虛像 S_1 和 S_2 發出的，因而是相干的。在它們的重疊區域，這兩束光將產生干涉，形成干涉圖樣。在 α 很小的情況下，兩干涉光線源間的距離為 $d=2L\sin\alpha \sim 2L\alpha$ ，其中， $L=\overline{SA}$ 。

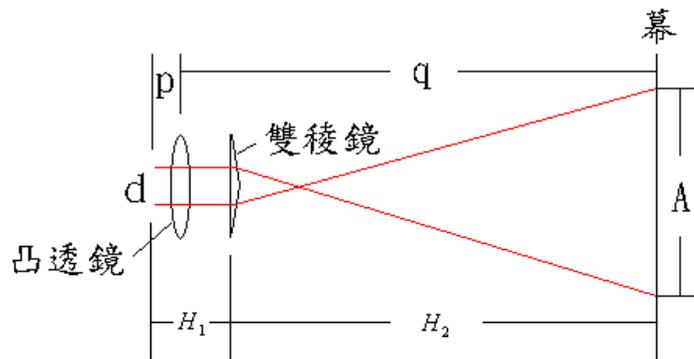


圖四 Fresnel 雙面鏡干涉裝置圖

【方法】

1. Fresnel 雙稜鏡干涉

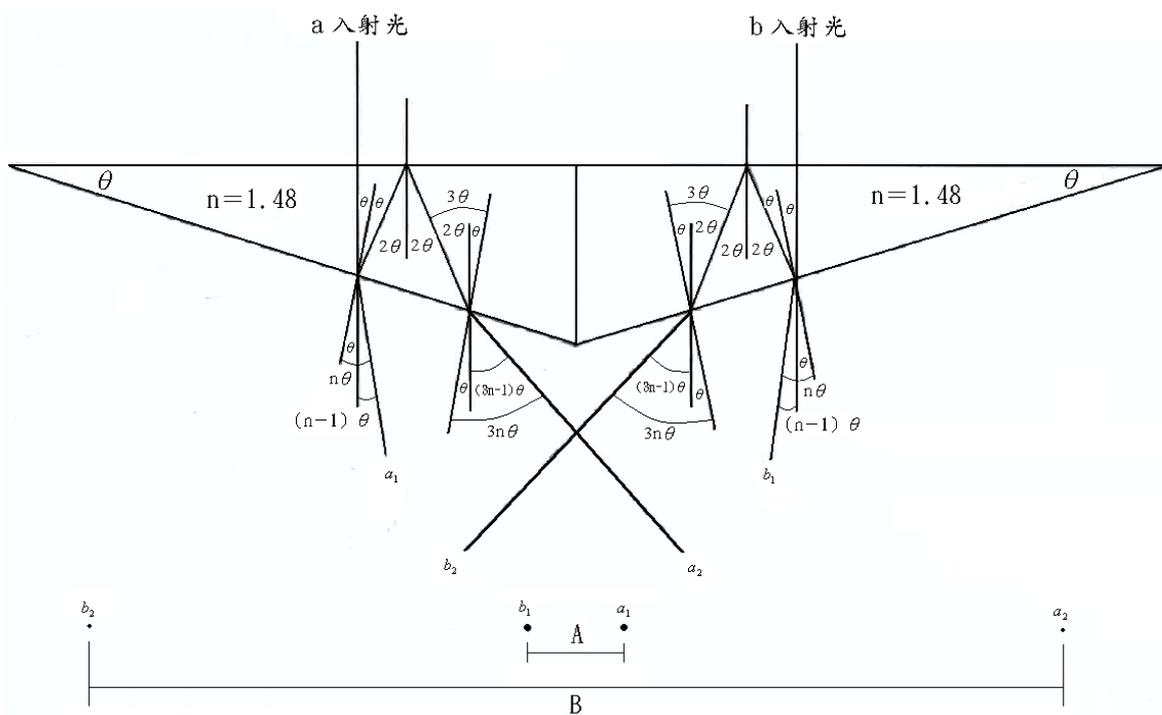
Fresnel 雙稜鏡干涉的兩干涉光線源間距離 $d=2(n-1)\alpha$ ， $n=1.48$ ，為稜鏡材料的折射率， α 為直角稜鏡的頂角，是未知數，故 d 亦為未知數。本實驗利用凸透鏡的成像原理，間接計算求得 d 。將凸透鏡置於雙稜鏡後方，使雙稜鏡產生的兩個虛光點成像於幕上，如圖五所示。



圖五 Fresnel 雙稜鏡兩虛光點成像光路圖

由造鏡公式知： $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ …… (3)，得凸透鏡的物距 p 。

由透鏡放大率知： $\frac{d}{H_1} = \frac{A}{H_2}$ ， $d = \frac{H_1}{H_2} \cdot A$ …… (4)，得兩個虛光點間的距離 d 。



圖六 雙稜鏡兩干涉光源的虛光點光路圖

如圖六所示，雙稜鏡左半 a 入射光向右偏，右半 b 入射光向左偏，產生一次折射的內側兩虛光點 a_1 、 b_1 和兩次內反射、一次折射的外側兩虛光點 a_2 、 b_2 。因 a_1 、 b_1 點相距較近，且面積較大，量測其距離 A，將有較大誤差，若取外側兩點 a_2 、 b_2 ，量測其距離 B，並由計算求取 A，結果較佳，可大幅降低測量誤差。

由圖六可知： a_1 、 b_1 二射線的夾角為 $2(n-1)\theta$ ， a_2 、 b_2 二射線的夾角為 $2(3n-1)\theta$ ，此四條射線投射在幕上，成為 b_2 、 b_1 、 a_1 、 a_2 四點，則距離 A 與距離 B 的比值為：

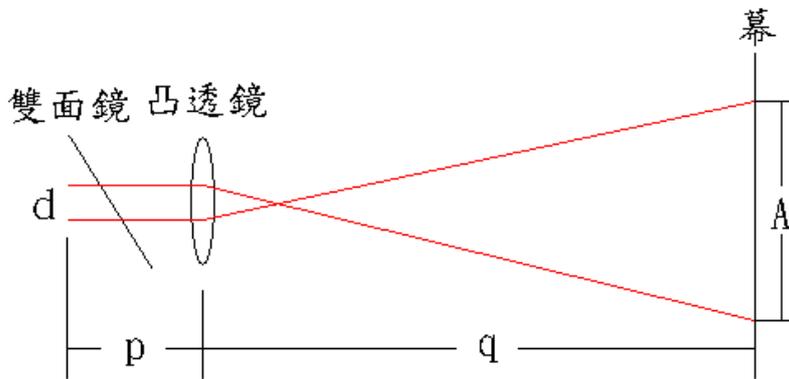
$$\frac{A}{B} = \frac{2(n-1)\theta}{2(3n-1)\theta} = \frac{n-1}{3n-1}$$

，雙稜鏡的折射率 $n=1.48$ 代入，則 $A=0.139B$ …… (5)

註：顯微物鏡焦點與其他元件間的距離，直接量取很難準確，必須經由間接計算以提高精度。

2. Fresnel 雙面鏡干涉

Fresnel 雙面鏡干涉的兩干涉光線源間距離 $d=2L\sin\alpha \sim 2L\alpha$ ，因為 L 、 α 均為未知數，所以 d 亦為未知數。本實驗利用凸透鏡的成像原理，間接計算求得 d 。將凸透鏡置於雙面鏡前方，使雙面鏡產生的兩個虛光點成像於幕上，如圖七所示。



圖七 Fresnel 雙面鏡兩虛光點成像光路圖

由造鏡公式知： $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ …… (3)，得凸透鏡的物距 p 。

由透鏡放大率知： $\frac{d}{p} = \frac{A}{q}$ ， $d = \frac{p}{q} \cdot A$ …… (6)，得兩個虛光點間的距離 d 。

【實驗器材】

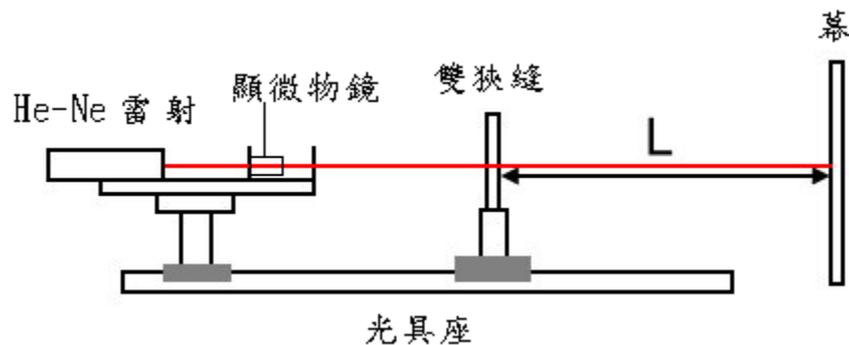
He-Ne 雷射(波長 $\lambda = 632.8\text{nm}$)、顯微物鏡(x10)、雙狹縫($d=0.24\text{mm}$ 、 $a=0.045\text{mm}$)、屋頂形雙稜鏡、雙面鏡、凸透鏡($f=20\text{cm}$ 、 $f=28\text{cm}$)、平面鏡、光具座、游標尺、幕、捲尺、30 cm直尺

【注意事項】

1. 雷射和顯微物鏡下方的微調螺絲已經調整妥當，請勿隨意調整。違者該實驗成績零分計算，並請自行調整。
2. 平面鏡是高價光學元件，測量距離時，只可以尺在其下方目測，千萬不要直接碰觸鏡面。
3. 雙面鏡折線夾角 α 已經調整妥當，請勿隨意調整，以免損壞器材。

【實驗步驟】

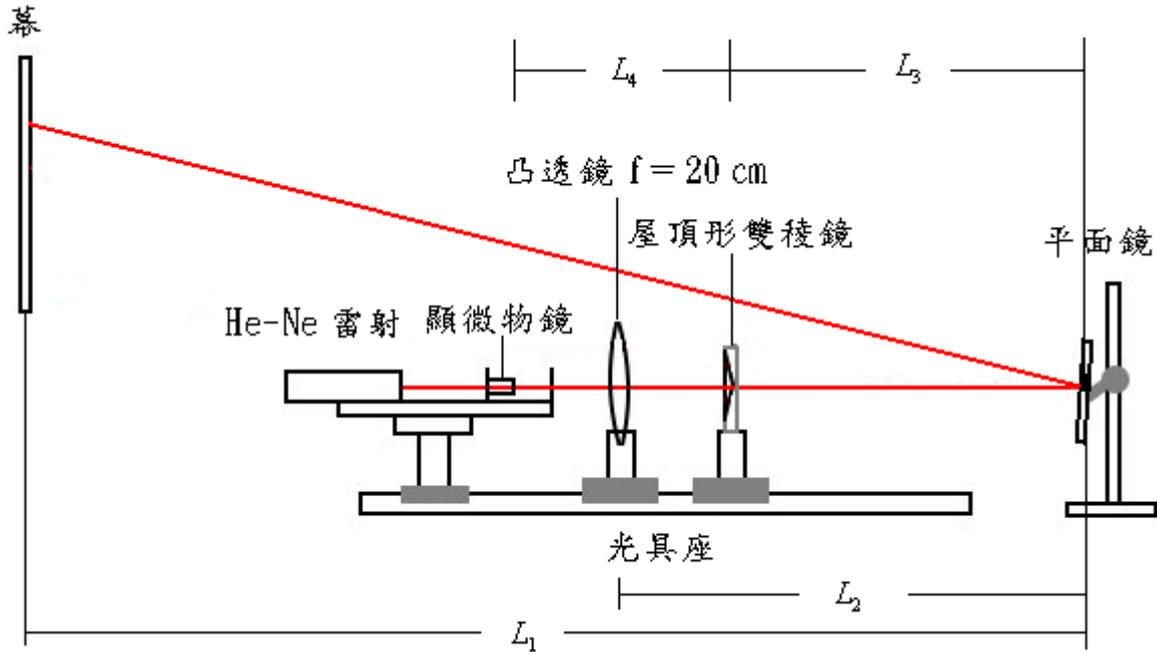
1. 楊氏雙狹縫干涉



圖八 楊氏雙狹縫干涉實驗裝置圖

- (1) 如圖八所示，調整雙狹縫到幕的距離 L 大約 1.2 公尺，以捲尺測量並記錄距離 L 。
- (2) 調整雙狹縫的高度與左右位置，使雷射光點打在雙狹縫的中點上，並在幕上產生均勻對稱的干涉紋。
- (3) 在幕上放置一張白紙，畫下干涉紋和繞射紋的位置，以游標尺讀取任意二條干涉暗紋間的平均距離 D 和第一階繞射暗紋的距離 W 。
- (4) 將數據代入公式 (1)、(2)，算出雷射光波長 λ 和單狹縫寬度 a ，並與標準值比較，算出百分誤差。

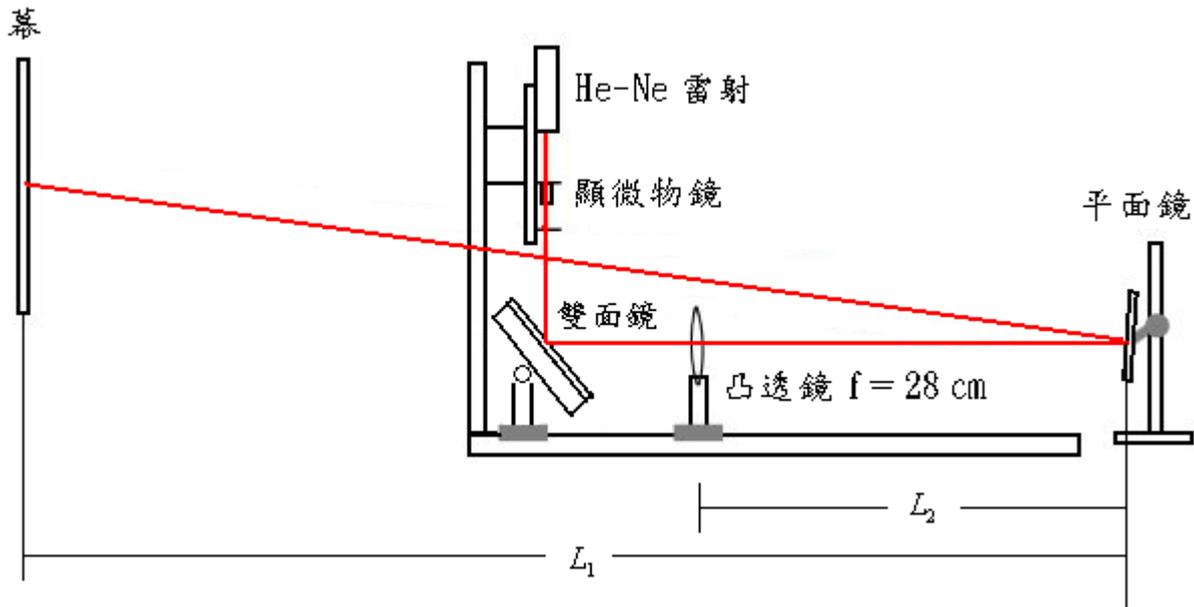
2. Fresnel 雙稜鏡干涉



圖九 Fresnel 雙稜鏡干涉實驗裝置圖

- (1) 如圖九所示，雙稜鏡平面側朝向雷射放置，凸透鏡暫時移開。
- (2) 調整平面鏡使雷射光打在幕上，上下、前後、左右調整雙稜鏡，使幕上產生大約 20 條清晰的干涉紋，固定雙稜鏡。
- (3) 將凸透鏡放置在雙稜鏡後方，上下、前後、左右調整凸透鏡，使雷射光同時落在凸透鏡中央與雙稜鏡中央稜線上，並在幕上出現 4 個清晰光點，測量並記錄外側二光點距離 B （光度較弱），代入公式 (5)，算出中央二光點距離 A （光度較強）。
- (4) 將圖五與圖九比對，得凸透鏡的像距 $q = L_1 + L_2$ ，測量並記錄 L_1 、 L_2 ，將數據代入公式 (3)，算出凸透鏡的物距 p 。
- (5) 由圖五知：兩虛光點到幕的距離 $L = p + q = p + L_1 + L_2$ 。
- (6) 移開凸透鏡，在幕上放置一張白紙，畫下連續 10 條以上干涉紋的位置，以游標尺讀取任意二條干涉暗紋間的平均距離 D 。
- (7) 將圖五與圖九比對，得 $H_2 = L_1 + L_3$ ， $H_1 = L_4 = L - H_2 = L - (L_1 + L_3)$ ，測量並記錄 L_3 ，間接計算得 L_4 。
- (8) 將數據代入公式 (4)，算出兩個虛光點間的距離 d 。
- (9) 將數據代入公式 (1)，算出雷射光波長 λ ，並與標準值比較，算出百分誤差。

3. Fresnel 雙面鏡干涉



圖十 Fresnel 雙面鏡干涉實驗裝置圖

- (1) 如圖十所示，凸透鏡暫時移開。
- (2) 調整雙面鏡的高低、傾角、前後位置，使雷射光點落在雙面鏡的折線上，且雷射光平行光具座。
- (3) 調整平面鏡的位置，使干涉紋落在幕上，在幕上放置一張白紙，畫下連續 20 條以上干涉紋的位置，以游標尺讀取任意二條干涉暗紋間的平均距離 D 。
- (4) 將凸透鏡放在雙面鏡前方，前後調整其位置，並選取適當高度及俯仰角度，使雷射光打在凸透鏡的正中央，並在幕上出現兩個清晰且對稱的光點，量取二光點距離 A 。
- (5) 將圖七與圖十比對，得凸透鏡的像距 $q = L_1 + L_2$ ，測量並記錄 L_1 、 L_2 ，將數據代入公式 (3)，算出凸透鏡的物距 p 。
- (6) 由圖七知：兩虛光點到幕的距離 $L = p + q$ 。
- (7) 將數據代入公式 (6)，算出兩個虛光點間的距離 d 。
- (8) 將數據代入公式 (1)，算出雷射光波長 λ ，並與標準值比較，算出百分誤差。

【問題】

1. 何謂同調(coherence)? 時間同調(temporal coherence)與空間同調(spatial coherence)的定義。
2. 雙狹縫干涉花紋中的繞射現象在那裡? 能否排除? 如何排除?
3. 雙面鏡與雙稜鏡的干涉花紋中，為何沒有明顯的繞射現象?

【參考資料】

1. 幾何光學，葉玉堂、饒建珍、肖峻編著，郭浩中校訂，台北市，五南圖書出版股份有限公司，2008 年 12 月，CH 5.1、5.2.1、5.6.1。
2. Optics, by Eugene Hecht, 4th Edition, Ch 9.1、9.2、9.3、10.2.2。