

光 柵

【目的】

1. 認識光柵的多狹縫繞射原理
2. 利用光柵正向入射的第 1 階繞射，測量汞燈光譜。
3. 利用反射式閃耀光柵非正向入射的最高階繞射，測量鈉光燈紅黃綠靛四種顏色的雙線光譜波長 λ 和間距 $\Delta \lambda$ 。

【原理】

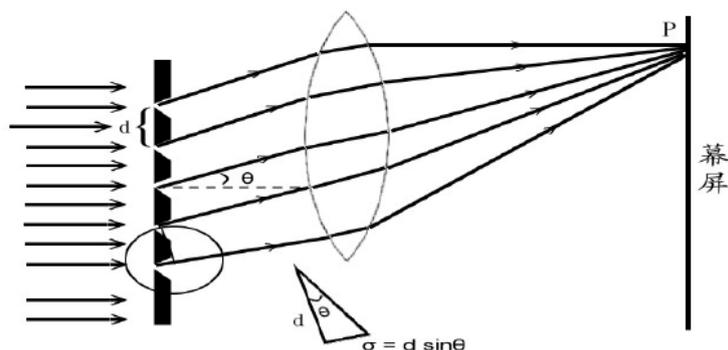
能對入射光波的振幅和相位或二者之一進行空間週期性調製的光學元件稱為繞射光柵 (diffraction grating)。光柵 (grating) 最重要的應用是作為分光元件，即把複色光分開成各單色光，它可以應用於由遠紅外到真空紫外的全部波段。

繞射光柵的種類很多，分類的方法也不盡相同。按工作方式可分為透射型和反射型；按對光波的調製方式，可以分為振幅型和相位型；按光柵工作表面的形狀又可分為平面光柵和凹面光柵；按對入射波調製的空間又可分為二維平面光柵和三維體積光柵；按光柵製作的方式又可分為機刻光柵、複製光柵以及全像光柵等。

透射光柵 (transmission grating) 是在光學平玻璃上刻劃出一道道等間距的刻痕，刻痕處不透光，未刻處則是透光的狹縫；反射光柵 (reflection grating) 是在金屬反射鏡上刻劃一道道刻痕，刻痕上發生漫反射，未刻處在反射光方向發生繞射，相當於一組繞射狹縫。製作光柵是一項非常精密的工作。一塊光柵刻劃完成後，可作為母光柵進行複製，實際上大量使用的是這種複製光柵 (replies grating)。

1. 透射式複製光柵

透射式繞射光柵的光路如圖一所示， d 為光柵之柵線間距， θ 為入射光偏離入射線的角度。 $\sigma = d \sin \theta$ 為相鄰兩狹繞光束之相差。一束平行光進入光柵後，每條狹縫造成一繞射光束，繞射光束性質與狹縫的寬度有關，而繞射光束又彼此互相干涉，最後在幕上成形。也就是說，光柵之光的強度結合繞射與干涉的原理。



圖一 繞射光柵光路圖

由干涉的原理知：在 P 點因各繞射光束同相而造成光波強度互相加強的條件為

$$d \sin \theta = m \lambda \quad (m=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots) \dots \dots (1)$$

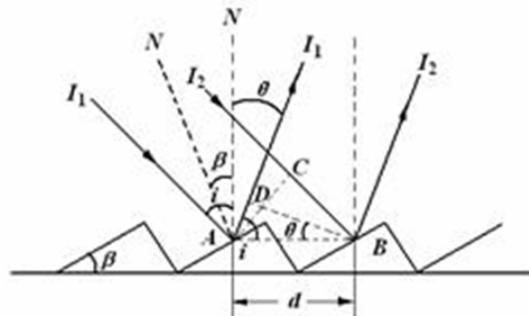
式中 λ 為入射光波之波長， m 為繞射級數。當繞射光束的相差為入射光波波長的整數倍時，會產生明亮帶，此時為相長干涉。如果 (1) 式條件不能滿足，在 P 點不是光的強度很弱就是黑暗帶，此時為相消干涉。

若以白光照射光柵，由於白光是由不同波長的各色光組成，不同波長的光通過狹縫後，會在幕上不同位置造成一組連續像，即白光被散開成連續光譜。光柵的法線兩側各有一組對應之光譜(m 有正負號)。對明亮區而言， $m=0$ 稱為中央亮帶， $m=0、\pm 1、\pm 2、\pm 3\cdots$ 稱為第1、2、3...級繞射光譜。在 $m=0$ 時，對應 $\theta=0$ ，入射白光並不偏轉角度，故在法線方向形成各色光組合之白色像，故中央亮帶為白色。

2. 反射式閃耀光柵

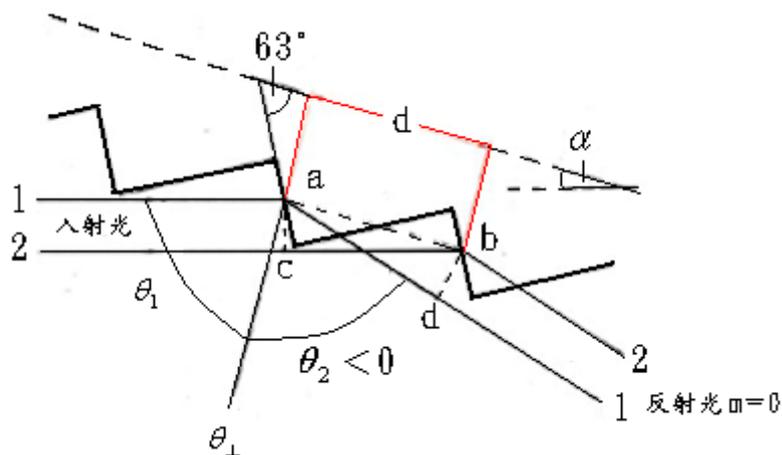
由公式(1)知：光柵繞射的零級主極大，因無色散作用，不能用於分光，光柵分光必須利用高級次譜線。但是多縫繞射的零級光譜占有很大的一部份能量，而光譜分析中使用的較高級次的光譜卻只占很少一部份能量，因此繞射效率(繞射光能量與入射光能量之比)很低。所以，在實際應用中希望改變通常光柵的繞射光強度分佈，使光強度集中到有用的那一級光譜上去。

瑞利(L. Rayleigh)在1888年首先指出，理論上有可能把能量從(對分光)無用的零級主級大轉移到高級次譜線上去，伍德則在1910年首先成功的刻製出了形狀可以控制的溝槽，製成了所謂的閃耀光柵(blazed grating)。



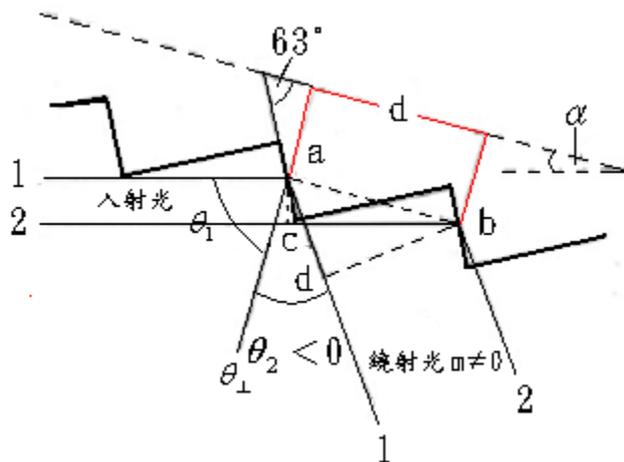
圖二 反射式閃耀光柵光路圖

如圖三所示， θ_{\perp} 是光柵平面的法線方向， d 為刻痕間距， θ_1 為入射角， θ_2 為繞射角，兩者均由 θ_{\perp} 量起，順時針為正、逆時針為負。當 $\theta_1 = -\theta_2$ 時(滿足反射條件)，因 $\overline{ad} = \overline{cb} = d \cdot \sin \theta_1$ ，則光束1與光束2間光程差為零，即射出光沒有繞射現象($m=0$)。



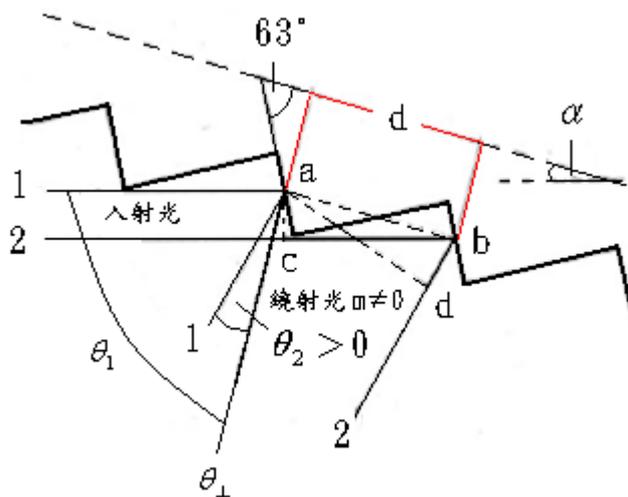
圖三 無繞射現象光路圖

如圖四所示，光束 1 與光束 2 間光程差 $\Delta = \overline{cb} - \overline{ad}$ ($\overline{cb} = d \cdot \sin\theta_1$, $\overline{ad} = d \cdot \sin\theta_2$) 因大部分繞射光被反射點平面遮擋，繞射效率較差，即譜線較弱。



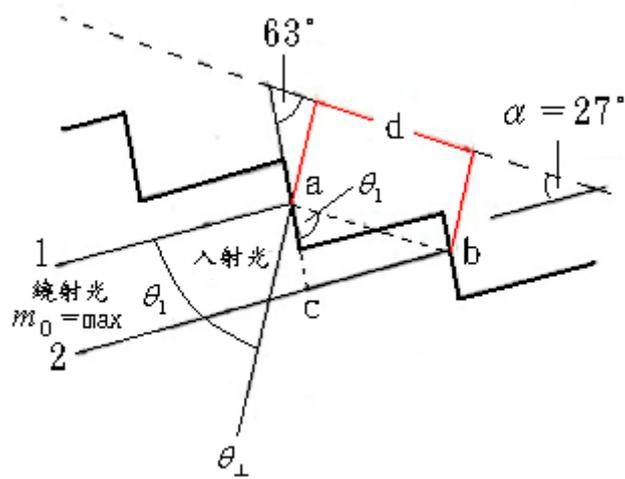
圖四 繞射效率較差光路圖

如圖五所示，入射角 θ_1 、繞射角 θ_2 在光柵平面法線的同側，光程差 $\Delta = \overline{cb} + \overline{ad}$ ，因繞射光沒有被反射點平面遮擋，繞射效率較高譜線較亮（一般多用於此狀況）。但此時因繞射的窗口寬度較大，單狹縫繞射的第一階暗紋位置小於 90 度，可能會吃掉某一階繞射光譜，增加譜線判讀上的困難，即 m 會數錯。



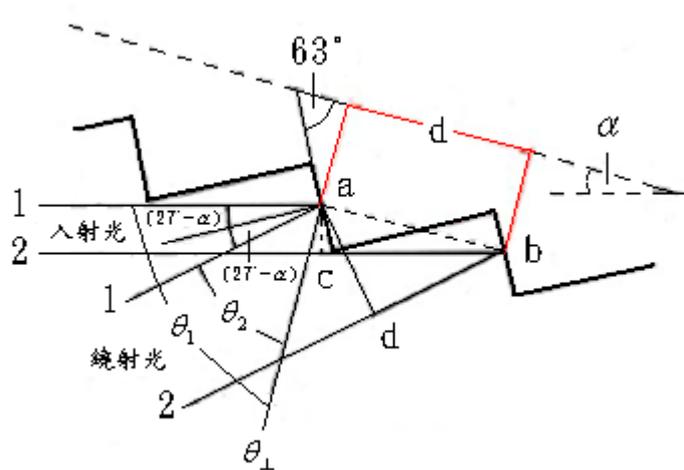
圖五 繞射效率較高光路圖

如圖六所示，當入射光與繞射光剛好在閃耀角 (blazed angle) 上，即 $\theta_1 = \theta_2 = 63^\circ$ ，光程差 $\Delta = 2 \cdot \overline{cb} = 2d \cdot \sin\theta_1$ ，在這種狀況下，因繞射光滿足反射條件且入射光的窗口最大，使得第 m 階 ($m = \frac{\Delta}{\lambda}$) 的干涉亮線，剛巧落在單狹縫繞射的零階亮帶中央，故譜線最亮，這就是為何稱此光柵之閃耀角為 63 度的原因。



圖六 入射光和繞射光在閃耀角上光路圖

將閃耀光柵安裝在分光計上，因平行光管與望遠鏡無法重疊（二者間最小夾角大約 30 度），故無法使用如圖六所示的最佳狀態，只能依圖七所示的光路徑來使用，使光柵的表現儘可能的接近理想。



圖七 繞射光滿足反射條件光路圖

如圖七所示，入射角 $\theta_1 = 90^\circ - \alpha$ ，繞射角 $\theta_2 = 36^\circ + \alpha$ ，因平行光管與望遠鏡間夾角要 $> 30^\circ$ ，即 $\theta_1 - \theta_2 > 30^\circ$ ，則 $(27^\circ - \alpha) > 15^\circ$ ，知 $\alpha < 12^\circ$ ，繞射光滿足反射條件時，譜線最亮。

$$m\lambda = d \cdot (\sin\theta_1 + \sin\theta_2) \dots\dots (2)$$

$$\text{由公式 (2) 得 } d\lambda = \frac{d}{m} (\cos\theta_1 \cdot d\theta_1 + \cos\theta_2 \cdot d\theta_2) \dots\dots (3)$$

設 $\lambda = 589.3\text{nm}$

例一： $\alpha = 10^\circ$ 、 $\theta_1 = 80^\circ$ 、 $\theta_2 = 44^\circ$ ， $d\theta_1 = 0$ ， $d\theta_2 = 2.909 \times 10^{-4}$ 徑，即 1 角分， $m = 9$ ， $d\lambda = 0.74\text{\AA} / 1 \text{ 角分}$

例二： $\alpha = 47^\circ$ 、 $\theta_1 = 43^\circ$ 、 $\theta_2 = 83.5^\circ$ ， $d\theta_1 = 0$ ， $d\theta_2 = 2.909 \times 10^{-4}$ 徑，即 1 角分， $m = 9$ ， $d\lambda = 0.116\text{\AA} / 1 \text{ 角分}$

由例一、例二知：當 $\lambda = 589.3\text{nm}$ 時，測量值精確度上升 6.3 倍，故在測 Na 雙線間距時，要儘可能用較大的繞射角，以得到較精確的測量數據，即 $\theta_2 > \theta_1$ 。

表一 鈉燈光譜紅黃綠靛的雙線光譜波長 λ 及間距 $\Delta\lambda$

顏色	外側譜線 λ_1	內側譜線 λ_2	$\Delta\lambda$
紅	615.423nm	616.075nm	0.625nm
黃	589.592nm	588.995nm	0.597nm
綠	568.820nm	568.263nm	0.557nm
靛	498.281nm	497.854nm	0.427nm

【實驗器材】

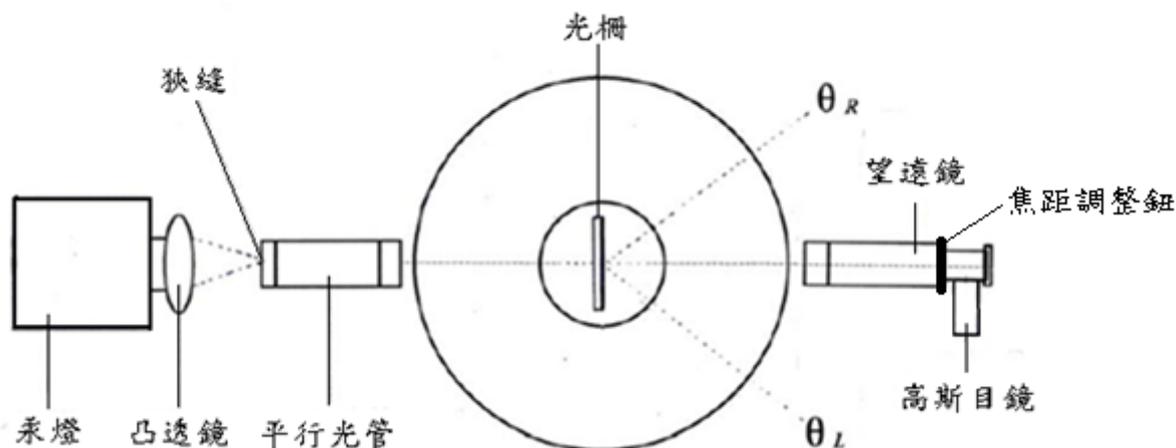
分光計、鈉燈(含凸透鏡組)、汞燈(含凸透鏡組)、光柵(600 lines/mm)、反射式閃耀光柵(閃耀角:63度,刻痕密度:316條/mm,長:25.4mm,寬:12.5mm)、放大鏡。

【注意事項】

1. 光柵絕對不可擦拭、觸摸、吹氣。
2. 測一條算一條,有問題立刻解決,是實驗順利進行的關鍵。
3. 反射式閃耀光柵為高價商品,已經安裝在分光計的平台上,請勿任意取下。

【實驗步驟】

1. 觀測汞燈光譜



圖八 測量汞燈光譜裝置圖

(1) 參考分光計的實驗步驟,熟悉分光計的調整步驟。(大略調整即可)

註:平行光管無焦距調整鈕,前後移動平行光管的前端內套筒,可以調整平行光管的焦距。

(2) 如圖八所示,將600 lines/mm的光柵(已放入光柵座中)置於平台中央,將有光柵薄膜那一面面向望遠鏡,用目測法使光柵面與平行光管軸線垂直後,固定大盤。

(3) 調整汞燈位置,使成像於平行光管的狹縫上,通過平行光管的燈光,均勻的照射在光柵中央。

(4) 由望遠鏡看光譜,適當的調整狹縫寬度,使黃色雙線光譜清楚的分開。比對左右兩側譜線的高度,若不等高,旋轉與光柵面平行的水平調整鈕,即可修正。

註:水平調整鈕請小心調整,不要完全鬆開。

(5) 比對分光計實驗的汞燈光譜分布圖，仔細尋找以確定看到第一階、波長為 6908Å 的紅色譜線。

(6) 測量並記錄 $m=1$ 階中，各譜線的左右繞射角 θ_R 及 θ_L 。

註： $A = |\theta_R - \theta_0|$ ， $B = |\theta_L - \theta_0|$ ， θ_0 為平行光管入射方向的角度，當 $|A - B| > 1^\circ$ 時，代表光柵面與平行光管入射方向不垂直，使光譜左右繞射角差異太大，可利用大盤微調鈕轉動光柵面來修正。

(7) 計算各譜線的平均繞射角 $\theta = \frac{|\theta_R - \theta_L|}{2}$ 。

(8) 將數據代入公式 (1)，算出譜線波長。

(9) 因入射光的垂直誤差、角度盤的機械誤差以及溫度、濕度對光柵線間距離的影響，‘波長測量值’會因上述的固有誤差，造成全面的偏大或偏小，所以要作“回歸修正”，計算才能大幅降低實驗結果的“絕對誤差”。

波長測量值誤差 $\delta_i = \frac{\text{波長測量值} - \text{波長標準值}}{\text{波長標準值}}$ (註：保留正負號)

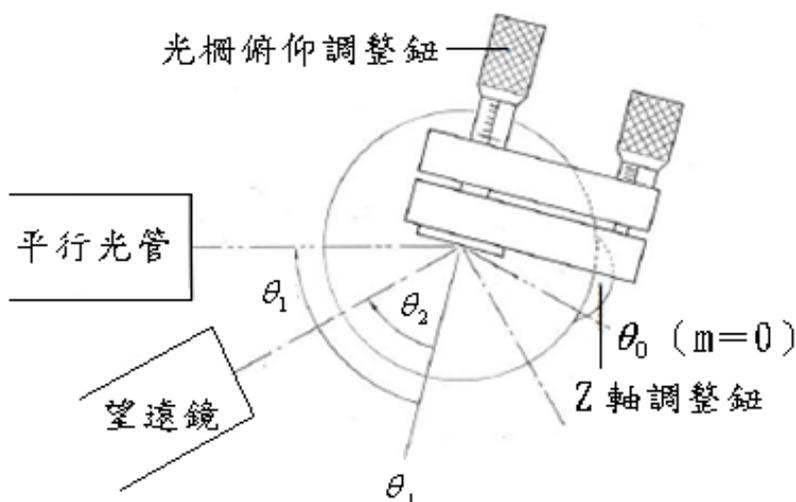
波長測量值誤差的平均值 $\langle \delta \rangle = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 \delta_i$

波長回歸後數值 (波長絕對值) $= \frac{\text{波長測量值}}{1 + \langle \delta \rangle}$

波長的絕對誤差 $= \frac{\text{波長回歸後數值} - \text{波長標準值}}{\text{波長標準值}} \times 100\%$

2. 觀測鈉燈光譜紅黃綠靛四種顏色的雙線光譜波長 λ 和間距 $\Delta\lambda$ 。

(1) 入射角 $>$ 繞射角 (預設入射角為 80° , $\theta_1=80^\circ$)



圖九 入射角 $>$ 繞射角的光路示意圖

①轉光柵面與平行光管大致平行，固定大盤，移動望遠鏡對準平行光管入射方向，紀錄 $\theta_{//}$ 。

②望遠鏡移到 $\theta = \theta_{//} + (180^\circ - \theta_1)$ ，固定望遠鏡。

③反射光柵架調整到正確高度後固定，大盤鬆鎖，轉動光柵面對準望遠鏡，利用高斯目鏡及光柵俯仰調整鈕使光柵面精確垂直望遠鏡，固定大盤，紀錄 θ_{\perp} 。

④參考圖九，望遠鏡移到 $m=0$ 位置，紀錄 θ_0 ，得入射角 $\theta_1 = \theta_{\perp} - \theta_0$ 。

⑤由 $m=0$ 開始向左數譜線，取得最高階。

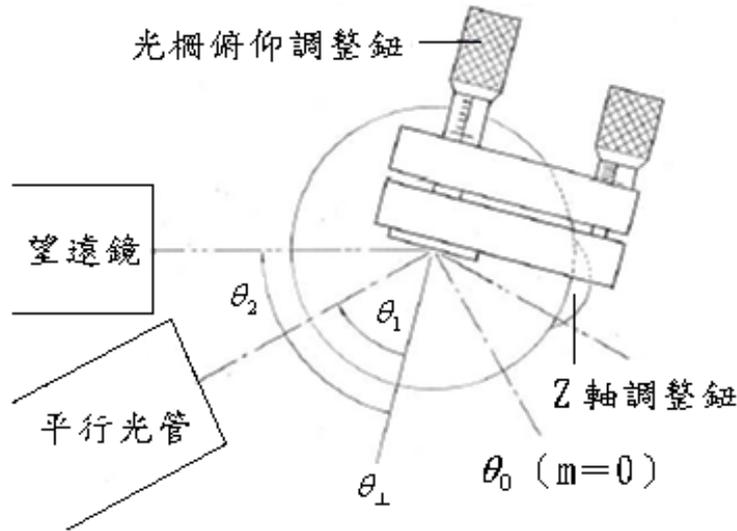
註：小心判別，有時某一階落在繞射零點附近因而變暗，甚或消失。

⑥用Z軸調整鈕調整譜線高度，紀錄外側譜線 θ_{d1} 和內側譜線 θ_{d2} ，得繞射角 $\theta_{21} = \theta_{d1} - \theta_{\perp}$ ，

$\theta_{22} = \theta_{d2} - \theta_{\perp}$ ， $\Delta\theta = \theta_{21} - \theta_{22}$ ，帶入公式(2)，算出 λ_1 、 λ_2 ， $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ 。

註：嚴禁使用光柵俯仰調整鈕調整譜線高度。

(2) 入射角 < 繞射角 (預設入射角為 29° , $\theta_1 = 29^\circ$)



圖十 入射角 < 繞射角的光路示意圖

- ① 轉光柵面與平行光管大致平行，固定大盤，移動望遠鏡對準平行光管入射方向，紀錄 $\theta_{//}$ 。
- ② 望遠鏡移到 $\theta = \theta_{//} + (180^\circ - \theta_1)$ ，固定望遠鏡。
- ③ 反射光柵架調整到正確高度後固定，大盤鬆鎖，轉動光柵面對準望遠鏡，利用高斯目鏡及光柵俯仰調整鈕使光柵面精確垂直望遠鏡，固定大盤，紀錄 θ_{\perp} 。
- ④ 參考圖十，望遠鏡移到 $m=0$ 位置，紀錄 θ_0 ，得入射角 $\theta_1 = \theta_{\perp} - \theta_0$ 。
- ⑤ 將望遠鏡逆時針轉到平行光管的另一側，用 Z 軸調整鈕調整譜線高度，紀錄外側譜線 θ_{d1} 和內側譜線 θ_{d2} ，得繞射角 $\theta_{21} = \theta_{d1} - \theta_{\perp}$ ， $\theta_{22} = \theta_{d2} - \theta_{\perp}$ ， $\Delta\theta = \theta_{21} - \theta_{22}$ ，帶入公式 (2)，算出 λ_1 、 λ_2 ， $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ 。
註：此步驟無法直接數 $m = ?$

【問題】

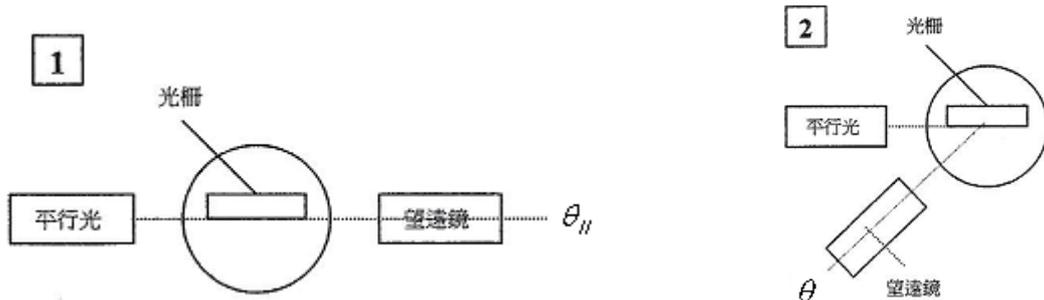
1. 光柵方程式 (grating equation) 的一般式。(提示：適用平面波以任意角度 φ 入射)
2. 何謂人為誤差與儀器固有偏差？如何分離？

【參考資料】

1. 幾何光學，葉玉堂、饒建珍、肖峻編著，郭浩中校訂，台北市，五南圖書出版股份有限公司，2008 年 12 月，CH 6.6。
2. Optics, by Eugene Hecht, 4th Edition, Ch 10.2.3、10.2.7。

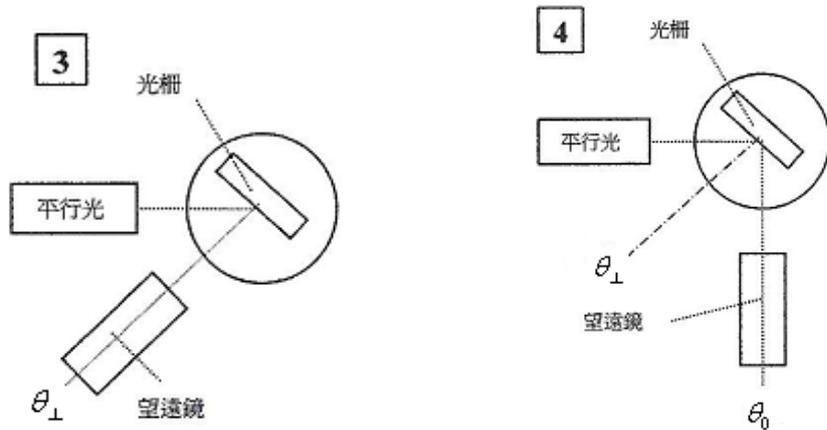
【附錄】反射式閃耀光柵實驗步驟圖例說明

①轉光柵面與平行光管大致平行，固定大盤，移動望遠鏡對準平行光管入射方向，紀錄 $\theta_{//}$ 。



②望遠鏡移到 $\theta = \theta_{//} + (180^\circ - \theta_1)$ ，固定望遠鏡。

③反射光柵架調整到正確高度後固定，大盤鬆鎖，轉動光柵面對準望遠鏡，利用高斯目鏡及光柵俯仰調整鈕使光柵面精確垂直望遠鏡，固定大盤，記錄 θ_{\perp} 。



④望遠鏡移到 $m=0$ 位置，記錄 θ_0 ，得入射角 $\theta_1 = \theta_{\perp} - \theta_0$ 。

⑤用 Z 軸調整鈕調整譜線高度，記錄外側譜線 θ_{d1} 和內側譜線 θ_{d2} ，得繞射角 $\theta_{21} = \theta_{d1} - \theta_{\perp}$ ，

$\theta_{22} = \theta_{d2} - \theta_{\perp}$ ， $\Delta\theta = \theta_{21} - \theta_{22}$ ，帶入公式(2)，算出 λ_1 、 λ_2 ， $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ 。

