

Fabry-Perot 干涉儀

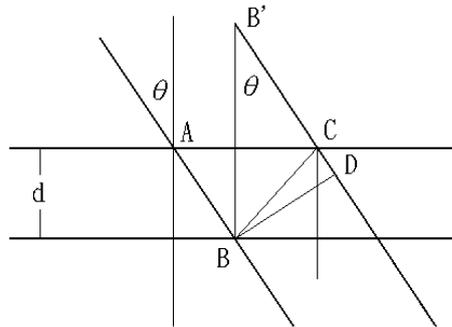
【目的】

1. 學習 Fabry-Perot 干涉儀的原理和操作
2. 觀察並測量 He-Ne Laser 頻寬
3. 觀察都卜勒加寬效應

【原理】

1. Fabry-Perot Interferometer

Fabry-Perot Interferometer 其結構是利用兩個近乎平行的高反射率鏡片所組成，此兩面鏡可為兩平面鏡或曲面鏡，入射光線在兩面鏡間做多次反射和折射，兩相鄰的反射光線或穿透光線會產生光程差。



圖一 平面共振腔光路圖

如圖一所示，其光程差 $\Delta = \overline{BC} + \overline{CD} = \overline{B'C} + \overline{CD} = \overline{B'D} = 2d \cos \theta$ ，相位差 $\delta = k \Delta =$

$$\frac{2\pi}{\lambda} 2d \cos \theta = \frac{4\pi d}{\lambda} \cos \theta, \text{ 又穿透強度 } I_t = \frac{A_0^2 t^4}{(1-r^2)^2 + 2r^2(1-\cos \delta)}. \text{ 因 } t^2 = T, r^2 = R, A_0^2 = I_0,$$

且能量守恆 $R+T=1$ ，故 $I_t = \frac{I_0(1-R)^2}{(1-R)^2 + 2R(1-\cos \delta)} = \frac{I_0}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \frac{\delta}{2}}$

(1) Free Spectral Range (FSR, 自由頻譜範圍, $\frac{C}{2L}$)

當 $\delta_m = 2m\pi$ 時, $\sin^2 \frac{\delta}{2} = 0 \rightarrow I_t = I_0$, 稱為 m 階主極大。

$$\text{因 } \delta_m = 2m\pi = \frac{4\pi d \cos \theta}{\lambda_m}, f_m = \frac{C}{\lambda_m} = \frac{mC}{2d \cdot \cos \theta}, f_{m+1} = \frac{C}{\lambda_{m+1}} = \frac{(m+1)C}{2d \cdot \cos \theta}$$

$$\text{FSR} = \Delta f = f_{m+1} - f_m = \frac{C}{2d \cos \theta}, \text{ 當正向入射時, } \cos \theta = 1, \text{FSR} = \Delta f = \frac{C}{2d}$$

FSR 是固定共振腔長度 L 下的週期，屬於頻率單位，而在示波器上表示壓控晶體受電壓改變而不斷改變 L 。假設 L 相對 ν_0 ，則下個週期 L' 相對 $\nu_0 + n\text{FSR}(L')$ ，再下一週期 L'' 相對 $\nu_0 + m\text{FSR}(L'')$ ， n 、 m 都是整數，因為電壓掃過而造成的距離改變很小，故 $\text{FSR}(L) \doteq \text{FSR}(L') \doteq \text{FSR}(L'')$ ，可看成週期是 FSR 的週期函數。

FSR 如果太小（如小於兩頻率差），則易產生判別上的困難；如果太大，則會造成示波器上讀取的困難（無法將兩圖形拉近作比較的情形）。

(2) Finesse (F ，精確度，在二主極大間可容納 F 個可解析的半功率頻寬)

$$F = \frac{\Delta f(\text{FSR})}{\Delta f_{1/2}}, \quad \Delta f_{1/2} = \frac{\Delta f}{F}$$

利用半強度頻寬的公式算出解析度，與實驗得到的兩頻率差做比較，結果必須是小於實驗得到的頻率差。

(3) Resolving Power (R ，解析度)

$$R = \frac{f_m}{\Delta f_{1/2}} = mF$$

解析度如果太大（對量測系統而言），則會產生圖形無法分別出來，也就是在圖上看到的兩隻腳無法分開，這時的情形是解析度大於雷射的兩頻率差。

(4) 利用兩頻差推算出波長差

$$C = \lambda \nu, \quad \frac{d\lambda}{d\nu} = -\frac{C}{\nu^2}, \quad \frac{\Delta\lambda}{\Delta\nu} = -\frac{C}{\nu^2}, \quad \Delta\lambda = -\frac{C^2 \Delta\nu}{C\nu^2} = -\frac{\lambda^2 \Delta\nu}{C}$$

利用推算的理想共振腔長度跟雷射的共振腔長度相比，誤差的原因有：人為讀取數據的誤差（游標尺的測量和由圖推算數據所造成的）或是系統調整的不夠理想，以致於此干涉儀並沒作用於它的最大效能。

為何可用示波器所得圖形推算出真正的頻率差（單位不同，為何還能如此）？ ν_0 的第 n 級和 $\nu_0 + \text{FSR}$ 的第 n 級可看做是 ν_0 的第 n 級和 ν_0 的第 $n+1$ 級，因為兩個 sharp 的相對距離很小，可忽略。相同的 L ，同一頻率的 n 級和 $n+1$ 級可看成 ν_0 的第 n 級和 $\nu_0 + \text{FSR}$ 的第 n 級。

2. 都卜勒加寬效應

入射光在某個頻率 ν_0 下，可以產生 gain，然而因為光子的相對速度，使得在 ν_0 附近的頻率都被當作 ν_0 而有 gain，雷射光的頻率範圍加寬，而不限在非常陡峭的範圍裡。為什麼示波器上的圖形會每一段有兩個波峰不斷重複？原因是 He-Ne 雷射，當入射光頻率符合粒子數反轉所產生光的頻率 ν_0 相當，使入射光 $h\nu_0$ 成 $2h\nu_0$ 離開，持續增加，將形成非常大強度的雷射，而因為光子的相對速度，產生都卜勒加寬效應，即在 ν_0 附近都有 gain 的現象，再加上共振腔長度的共振現象，只有在一定的共振條件下才可以通過，結果只留下兩個頻率。

【方法】

不同波長在不同長度的共振腔產生駐波，光以直線前進且按原路反射，則共振腔兩面需

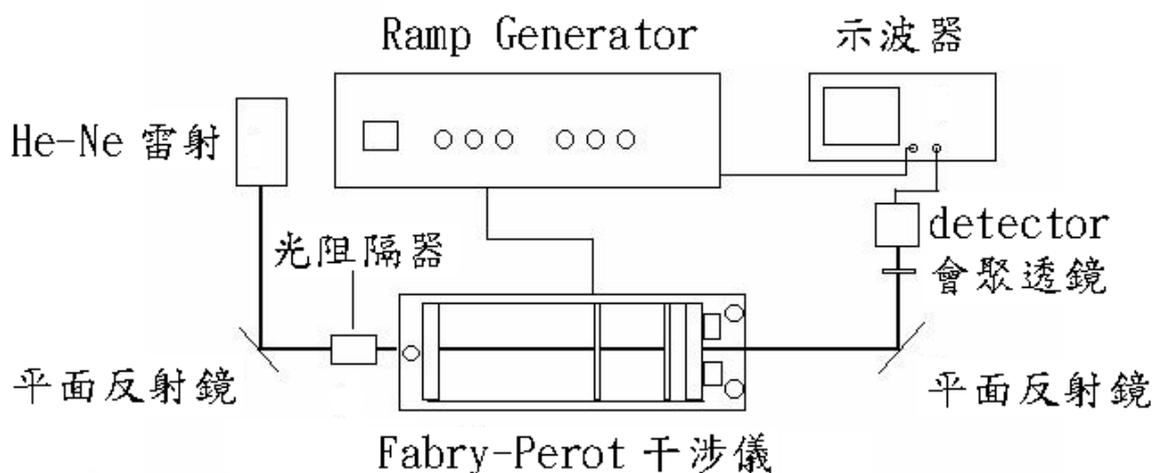
平行。先粗調使光成一束打到 detector，再用電壓微調壓控晶體，在示波器上觀察圖形。

首先，將 Optical isolator 移開，調整共振腔的高度、左右，使光線反射後仍可打回原發射源而沒有發散；再調整共振腔兩面平行，當光線成一束即達到平行。此時可利用平面鏡的三個粗調鈕，再利用平面鏡後方的壓控晶體受微小電壓可改變共振腔長度的微調鈕。當光線形成駐波時，就可增強光強度而穿透平面鏡，再利用反射鏡打到 detector，中間可加入會聚透鏡，使光會聚成一束，而更容易測量。

Detector 連接示波器，觀察在不同共振腔長度所產生的頻率分佈。從示波器的圖形可看到每一段有兩個波峰，兩個波峰代表有兩個波長，波峰愈大代表在雷射中所佔比重愈大。為了準確地確定 FSR 等值，不斷粗調、微調和改變外加電壓，使兩個波峰分得更清楚，且波峰與波峰之間愈平坦愈好，而振幅也盡量調大。最後，將示波器上的圖形儲存，再以電腦列印，並分析之，以求得所需要的資料。

【實驗器材與裝置】

He-Ne 雷射、Optical isolator(光阻隔器)、Fabry-Perot 干涉儀、Ramp Generator、示波器、detector、會聚透鏡、平面反射鏡



圖二 實驗裝置圖

1. 光阻隔器

組成：起偏器（線偏振）+ 夾 45 度的 1/4 波片 = 圓偏振波，1/4 波片 (The Quarter-Wave Plate) $\Delta \Phi = \frac{\pi}{2}$ ($\Delta \Phi = \frac{2\pi}{\lambda} |n_o - n_e| d$)：在 e-ray(平行於光軸的電場)與 o-ray(垂直於光軸的電場)引起 90 度相位差的器件；功用：防止雷射光自共振腔反射後，再射回共振腔而造成干擾；如果因為光阻隔器沒設置好位置，則在示波器的螢幕上就會發生很不穩定的情形。

3. 示波器

Trigger Group：當輸入你所需要的信號時，才會開始掃描的動作，也就是決定你要觀察的信號；Trigger Level：當輸入信號的最大值超過所決定的 Trigger Level 時，才会有圖形出現，是決定觀察信號的最小值；Slope：控制掃描信號的斜率，也就是控制掃描信號的波形；Source：決定輸入信號為哪一個頻道的信號；XY mode：由掃描信號作 X 軸，輸入信號作 Y 軸所求得的圖形；Main mode：將一次掃描所得到的信號全部顯示在圖形上；Auto store：將示

波器上不同時間所顯示的點全部紀錄下來。

4. Ramp Generator

Ramp Bias：決定共振腔振盪位置，使用不同的偏壓則震盪起點不同。Ramp Amplitude：決定震盪的振幅大小，振幅越大，在一定的時間 T 內出現的 peak 數量較多。Ramp duration：決定震盪的頻率，頻率越快，示波器螢幕上的一高一低兩峰值互換左右的頻率也越快。

【步驟】

1. 調整 Fabry-Perot 干涉儀共振腔兩平面為平行，找出雷射的頻率分佈，求出雷射光束兩波長的頻率差和固定偏壓下的解析度。

(1) 調整 He-Ne 雷射光，使雷射光通過壓電晶體後，再射入 Detector 偵測器的中央，在示波器找到一最大 Y 值。

(2) 放入光阻隔器。註：光阻隔器有方向性。

(3) 調整光阻隔器使雷射光從鏡面中心射入，且鏡面與入射雷射光垂直，即雷射光大部分都射入光阻隔器，減少因反射而造成的能量損失。換言之，在光阻隔器與平面鏡(靠近 detector)間放入干涉儀，使共振腔平面與雷射光行進方向大約垂直，在示波器上找到兩波峰。

(4) 粗調壓電晶體座的方向、俯仰、前後、左右，使示波器上能有最大的振幅。

註：實際實驗時，因使用了兩個平面反射鏡，故在粗調壓電晶體時，也需調整平面鏡的俯仰角。

(5) 當粗調使示波器上的振幅為最大時，調整壓電晶體的控制器，使示波器上的振幅為最大。

(6) 調整干涉儀的水平、手動平行、Ramp Generator 上的三個平行微調鈕，使示波器上的兩波峰峰值最大，且相互分離。

(7) 將示波器上的圖形以隨身碟儲存，再以電腦列印。

2. 計算都卜勒加寬效應

入射光在某個頻率 ν_0 下，可以產生 gain，然而因為光子的相對速度，使得在 ν_0 附近的頻率都被當作 ν_0 而有 gain，雷射光的頻率範圍加寬，而不限在非常陡峭的範圍裡。為什麼示波器上的圖形會每一段有兩個波峰不斷重複？原因是 He-Ne 雷射，當入射光頻率符合粒子數反轉所產生光的頻率 ν_0 相當，使入射光 $h\nu_0$ 成 $2h\nu_0$ 離開，持續增加，將形成非常大強度的雷射，而因為光子的相對速度，產生都卜勒加寬效應，即在 ν_0 附近都有 gain 的現象，再加上共振腔長度的共振現象，只有在一定的共振條件下才可以通過，結果只留下兩個頻率。將示波器 auto store，即兩個頻率的相對位置持續記錄下來，而所有雷射光可產生的位置即是屬於都卜勒頻寬的範圍。

【注意事項】

1. 當共振腔長度為半波長的整數倍時，共振腔穿透率明顯提高，此時，打到 detector 的雷射可在示波器上對應出一個 peak。

2. 本實驗為高靈敏度，各項器材受外界干擾越小越好。如 He-Ne 雷射的外表用報紙包起來，以減少雷射源受外界影響。

3. 光阻隔器如果放的很標準，則從壓電晶體鏡面反射回來的波將無法通過，此時示波器上的圖形應不會跳來跳去。此為原偏振波從鏡面反射回來的波不受空氣影響之理想情形。

【問題】

1. Fabry-Perot 干涉儀量到的是絕對波長還是相對波長？
2. 查閱文獻，比較光譜量測用的光柵(grating)與 Fabry-Perot Etalon (Cavity)的差異。

【參考文獻】

K. J. Kuhn, “Laser Engineering” (Prentice-Hall, 1998)Chapter 3