

# 透鏡像差

## 【目的】

1. 認識透鏡的色像差和球面像差
2. 利用刀口法測量平凸透鏡的色像差和球面像差
3. 利用造鏡公式，算出平凸透鏡對不同色光的折射率。

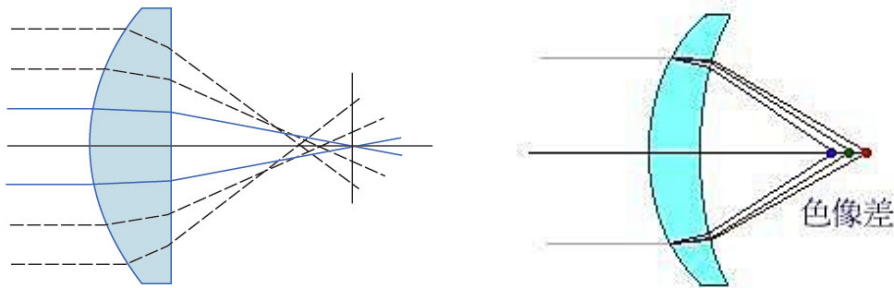
## 【原理】

### 一、像差 (aberration)

光學系統在近軸近似下所成的理想像與實際像的位置和形狀的偏差，稱為像差。像差的大小反應了光學系統成像質量的優劣。光學系統以單色光成像時，會產生性質不同的五種單色像差，即球面像差 (spherical aberration)、彗形像差 (coma aberration)、像散 (astigmatism)、像場彎曲 (場曲, field curvature) 和畸變 (distortion)。適當的調整透鏡的物理參數，如：曲光度、形狀、厚度、透鏡材質、鏡片間距、光欄位置…等，可將像差盡量的極小化，達到像差矯正的目的。

#### 1. 球面像差 (spherical aberration)

入射光線中，通過透鏡中心附近的光束與通過透鏡周圍附近的光束，在焦點距離產生誤差，即像點並非聚焦於一點上，而產生模糊現象。換言之，球差是隨孔徑位置的不同，焦點亦產生變化的現象。高度愈高的光線所受偏折就愈大，其焦點愈往內靠，如圖一的左圖所示。



圖一 透鏡的球面像差 (左) 和色像差 (右)

#### 2. 色像差 (chromatic aberration)

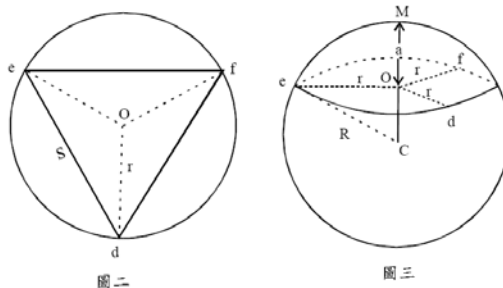
由於同一光學介質對不同的波長有不同的折射率，因此不同的色光成像的位置和大小也不相同，這種不同的色光產生的成像差異稱為色差。如圖一的右圖所示，因不同波長的光波在玻璃中的折射率不同，因此成像焦點也不同。例如藍色光折射率較大，所以焦點靠近透鏡，而紅色光折射率較小，所以焦點靠近外側。

### 二、球徑計 (Spherometer)

球面任一點到曲率中心的距離都相等，此距離被稱為曲率半徑，可用球徑計間接量得。

如下圖二所示，等邊三角形 def 的 d、e、f 三點共圓，其中心為此圓的圓心，若圓半徑

為  $r$ ，三角形邊長為  $S$ ，則  $r = \frac{S}{\sqrt{3}}$  …… (1)



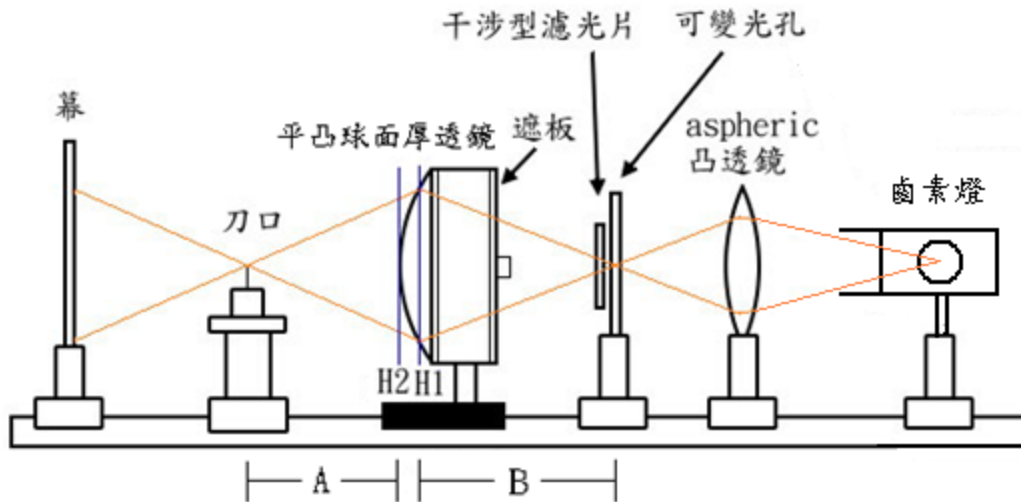
圖二

圖三

圖三是圖二的垂直截面圖。C 點是曲率中心，R 是曲率半徑。從曲率中心過圓心 O 到球面 M 點的距離就是曲率半徑 R。設 O、M 兩點的距離是 a，則 O、C 兩點的距離是 R-a，根據畢氏定理，得  $R = \frac{S^2}{6a} + \frac{a}{2} \dots\dots (2)$

**【實驗器材與裝置】**

鹵素燈(接近理想的點光源)、aspheric 凸透鏡(大孔徑、低球差)、可變光孔(擋去雜光孔)、干涉型濾光片(紅、綠、紫)、平凸球面厚透鏡、刀口(精確測量像點位置)、幕、光具座、球徑計、平板玻璃、游標尺、捲尺、遮光板(內環和外環)、圓孔遮光紙板(中央)



圖四 實驗裝置圖

**【注意事項】**

1. 鹵素燈、aspheric 凸透鏡、可變光孔的距離控制著點光源的位置及其發散角(使光照區大於待測透鏡)，實驗過程中請勿調整。
2. 鹵素燈因為電流熱效應而產生高溫，請勿觸碰，以免燙傷。
3. 鹵素燈的光線呈輻射狀發散，為了避免太亮使得不易觀察，以黑色紙板做適度的覆蓋，擋掉多餘的光線，避免影響光照區的觀察。
4. 更換外環、內環、中央等遮光板時，切勿動到厚透鏡，以免影響實驗結果。
5. 干涉型濾光片請小心拿取，切勿觸摸鏡片，以免留下指紋。
6. 球徑計請小心使用，切勿摔傷三足。使用完畢，將其站立桌面即可。
7. 鹵素燈泡的壽命隨使用時間拉長而減少，不用時請關閉。

**【實驗步驟】**

1. 測量平凸透鏡的色像差和球面像差
    - (1) 將遮光板(內環和外環)的內環區以上下方位放置，並放上綠色濾光片。
    - (2) 參考圖四所示，移動平凸透鏡和刀口的位置，使得刀口與平凸透鏡間的距離 A = 可變光孔與平凸透鏡間的距離 B。

註 1.：在測量 A、B 時，A 由主平面  $H_2$  量起，B 由主平面  $H_1$  量起， $H_1 \neq H_2$ 。

註 2.：建議距離 B 在 40~50 cm 之間為佳。

  - (3) 調整刀口的高度及前後位置，直到幕上兩個半月形的光照區，同時被遮沒為止，測量並記錄距離 A 和 B。
- 註 1.：光照區是指光直接照射的區域，模糊的光暈不算，要小心分辨。
  - 註 2.：若光點高度與刀口相差太多，可調整平凸透鏡的高度來配合。

(4) 平凸透鏡不動，即 B 保持不變的情況下，更換紅色及紫色濾光片，重覆步驟 (3)，測量並記錄距離 A。

(5) 將遮光板旋轉 90 度，即外環區以上下方位放置，重覆步驟 (3) 和 (4)。

(6) 換上圓孔遮光紙板，重覆步驟 (3) 和 (4)。

2. 利用球徑計，測量平凸透鏡的曲率半徑 R

(1) 將三足點壓印於白紙上，再用游標尺量出每兩點間的距離，並記錄之，求平均。

(2) 將球徑計立於平面玻璃上，旋轉螺柱直至其尖端輕觸玻璃表面（螺柱尖端與玻璃面之影像恰結合），此時三足點和螺柱尖端共平面，記下讀數；再將球徑計立於平凸透鏡上（凸面朝上），旋轉螺柱直到其尖端輕觸玻璃表面（螺柱尖端與玻璃面之影像恰結合），此時三足點和螺柱尖端共球面，記下讀數。前後的讀值差便是 a 值。共 3 次，求平均值。

(3) 將數據代入公式 (2)，算出平凸透鏡的曲率半徑。

### 【計算與分析】

1. 利用成像公式  $\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{f}$ ，算出紅、綠、紫各色光在外環、內環及中央三個區域上的焦距 f。

2. 球面像差的第三階近似值，可以表示為：
$$\frac{1}{f(h)} = \frac{1}{f(0)} + a_1 h^2 + a_2 h^4 \dots \dots (3)$$

(h：環與鏡心間距離，內環 h = 2.8 cm，外環 h = 4.8 cm)

算出各色修正係數  $a_1$ 、 $a_2$ ，並求平均值  $\langle a_i \rangle$ 。

3. 將  $\langle a_1 \rangle$  與  $\langle a_2 \rangle$  代入公式 (3) 中，算出 f(h) 值，並與測量值比較，算出百分誤差。

4. 利用造鏡公式  $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$  和中央圓孔的各色焦距，算出平凸透鏡材料對紅、綠、紫三色光的折射率 n ( $R_1 = \infty$ ， $R_2 = -R$ )。

### 【問題】

1. 厚透鏡 (thick lens) 全平面 (principal planes) 的定義

2. 說明刀口法 (knife-edge method) 的功用

3. 測量平凸透鏡的色像差和球面像差時，為何需從‘內環區的綠色’開始？

### 【參考資料】

1. 幾何光學，葉玉堂、饒建珍、肖峻編著，郭浩中校訂，台北市，五南圖書出版股份有限公司，2008 年 12 月，CH 2.7。

2. 雷射原理與量測概論，楊國輝、黃宏彥編著，台北市，五南圖書出版股份有限公司，2008 年 12 月，CH 9-4-1、9-4-2。

3. Optics, by Eugene Hecht, 4th Edition, Ch 3.5、6.3。

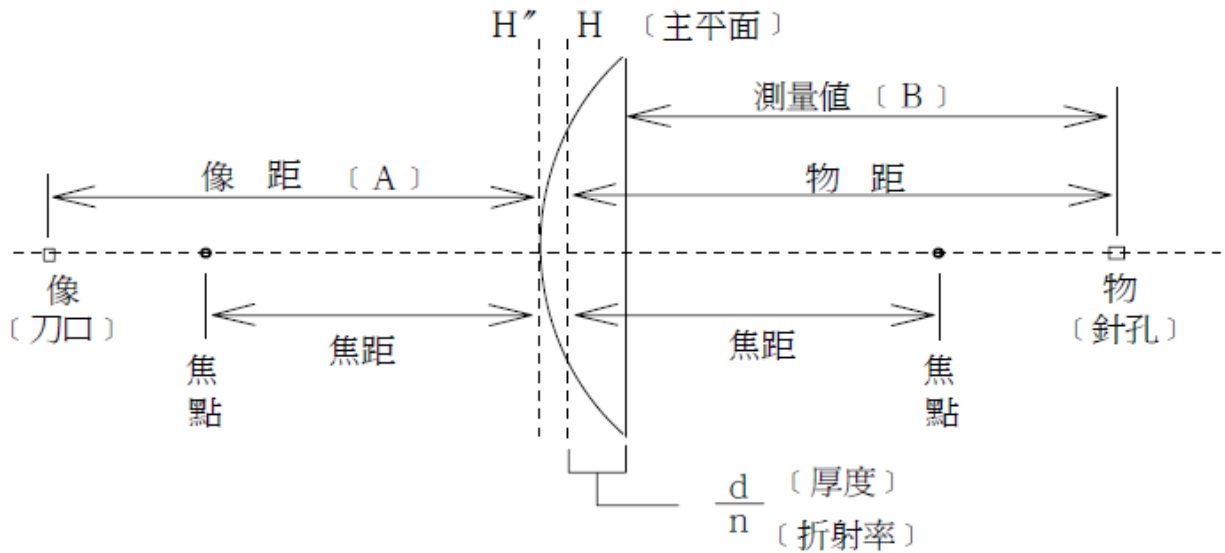
【附錄】待測透鏡的規格與厚透鏡修正

1. 規格

- (1) 球面平凸 (曲率半徑 = 12.4 cm)
- (2) 透鏡直徑 = 13 cm
- (3) 中央厚度 = 2.1 cm
- (4) 折射率 (綠光) = 1.54
- (5) 材質:  $n(\text{紅}) = 1.5202$ 、 $n(\text{綠}) = 1.5250$ 、 $n(\text{紫}) = 1.5339$

2. 修正

- (1) 圖示



圖六 厚透鏡修正說明圖

- (2) 提示

因為焦距與厚度相差不大，物距與像距的實際值，必須由主平面量起。(各物理量的相關位置，請參考上圖的說明)

- 3. 干涉型濾光片的波長：紅 (656.3nm)、綠 (546.1nm)、紫 (435.8nm)