

透鏡像差

【目的】

1. 認識透鏡的色像差和球面像差
2. 利用刀口法測量平凸透鏡的色像差和球面像差
3. 利用造鏡公式，算出平凸透鏡對不同色光的折射率。

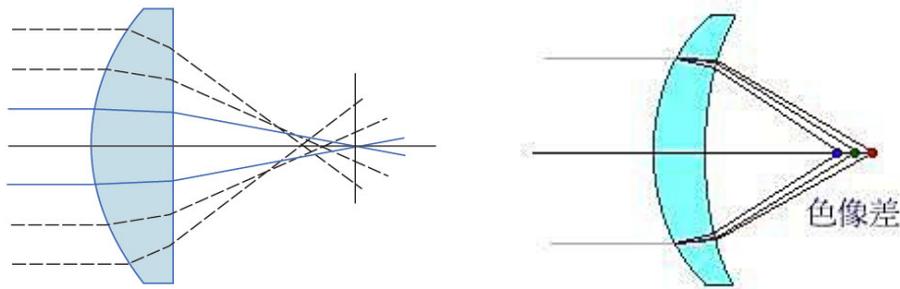
【原理】

一、像差

光學系統在近軸近似下所成的理想像與實際像的位置和形狀的偏差，稱為像差。像差的大小反應了光學系統成像質量的優劣。光學系統以單色光成像時，會產生性質不同的五種單色像差，即球差、慧差、像散、像面彎曲（場曲）和畸變。適當的調整透鏡的物理參數，如：曲光度、形狀、厚度、透鏡材質、鏡片間距、光欄位置…等，可將像差盡量的極小化，達到像差矯正的目的。

1. 球面像差

入射光線中，通過透鏡中心附近的光束與通過透鏡周圍附近的光束，在焦點距離產生誤差，即像點並非聚焦於一點上，而產生模糊現象。換言之，球差是隨孔徑位置的不同，焦點亦產生變化的現象。高度愈高的光線所受偏折就愈大，其焦點愈往內靠，如圖一的左圖所示。



圖一 透鏡的球面像差（左）和色像差（右）

2. 色像差

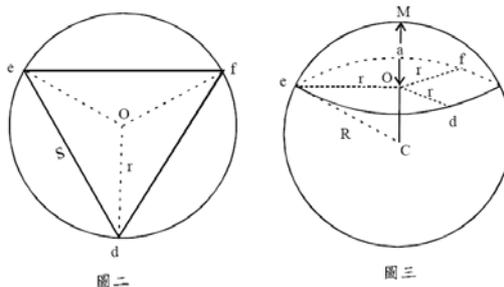
由於同一光學介質對不同的波長有不同的折射率，因此不同的色光成像的位置和大小也不相同，這種不同的色光產生的成像差異稱為色差。如圖一的右圖所示，因不同波長的光波在玻璃中的折射率不同，因此成像焦點也不同。例如藍色光折射率較大，所以焦點靠近透鏡，而紅色光折射率較小，所以焦點靠近外側。

二、球徑計（Spherometer）

球面任一點到曲率中心的距離都相等，此距離被稱為曲率半徑，可用球徑計間接量得。

如下圖二所示，等邊三角形 def 的 d、e、f 三點共圓，其中心為此圓的圓心，若圓半徑

為 r ，三角形邊長為 S ，則 $r = \frac{S}{\sqrt{3}}$ …… (1)



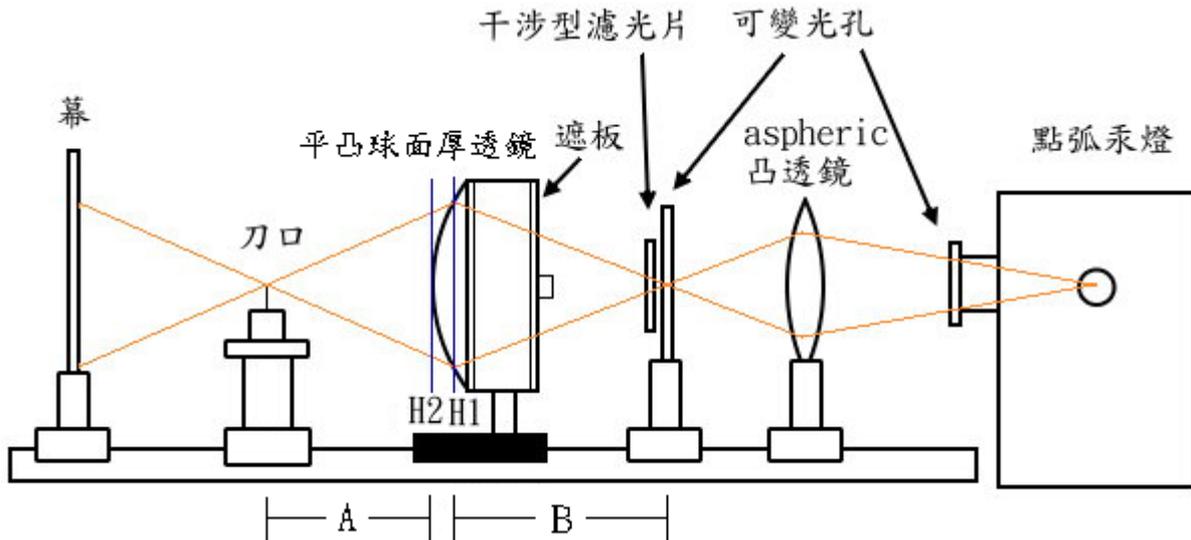
圖二

圖三

圖三是圖二的垂直截面圖。C 點是曲率中心，R 是曲率半徑。從曲率中心過圓心 O 到球面 M 點的距離就是曲率半徑 R。設 O、M 兩點的距離是 a，則 O、C 兩點的距離是 R-a，根據畢氏定理，得 $R = \frac{S^2}{6a} + \frac{a}{2} \dots\dots (2)$

【實驗器材與裝置】

點弧汞燈(接近理想的點光源)、aspheric 凸透鏡(大孔徑、低球差)、可變光孔(檔去雜光孔)、干涉型濾光片(紅、綠、紫)、平凸球面厚透鏡、刀口(精確測量像點位置)、幕、光具座、球徑計、平板玻璃、游標尺、捲尺、遮光板(內環和外環)、圓孔遮光紙板(中央)



圖四 實驗裝置圖

【注意事項】

1. 點弧汞燈、aspheric 凸透鏡、可變光孔的距離控制著點光源的位置及其發散角(使光照區大於待測透鏡)，實驗過程中請勿調整。
2. 更換外環、內環、中央等遮光板時，切勿動到厚透鏡，以免影響實驗結果。
3. 點弧汞燈於實驗開始前點亮，直至實驗結束時再關閉即可，過程中不可任意關機或連續反覆開關。有一黑布覆蓋其上，可將汞燈漏出的光遮住，避免太亮使得不易觀察。
4. 干涉型濾光片請小心拿取，切勿觸摸鏡片，以免留下指紋。
5. 球徑計請小心使用，切勿摔傷三足。使用完畢，將其站立桌面即可。

【實驗步驟】

1. 測量平凸透鏡的色像差和球面像差

(1) 將遮光板(內環和外環)的內環區以上下方位放置，並放上綠色濾光片。

(2) 參考圖四所示，移動平凸透鏡和刀口的位置，使得刀口與平凸透鏡間的距離 A = 可變光孔與平凸透鏡間的距離 B。

註：在測量 A、B 時，A 由主平面 H_2 量起，B 由主平面 H_1 量起， $H_1 \neq H_2$ 。

(3) 調整刀口的高度及前後位置，直到幕上兩個半月形的光照區，同時被遮沒為止，測量並記錄距離 A 和 B。

註 1.：光照區是指光直接照射的區域，模糊的光暈不算，要小心分辨。

註 2.：若光點高度與刀口相差太多，可調整平凸透鏡的高度來配合。

(4) 平凸透鏡不動，即 B 保持不變的情況下，更換紅色及紫色濾光片，重覆步驟 (3)，測量並記錄距離 A。

(5) 將遮光板旋轉 90 度，即外環區以上下方位放置，重覆步驟 (3) 和 (4)。

(6) 換上圓孔遮光紙板，重覆步驟(3)和(4)。

2. 利用球徑計，測量平凸透鏡的曲率半徑 R

(1) 將三足點壓印於白紙上，再用游標尺量出每兩點間的距離，並記錄之，求平均。

(2) 將球徑計立於平面玻璃上，旋轉螺柱直至其尖端輕觸玻璃表面（螺柱尖端與玻璃面之影像恰結合），此時三足點和螺柱尖端共平面，記下讀數；再將球徑計立於平凸透鏡上（凸面朝上），旋轉螺柱直到其尖端輕觸玻璃表面（螺柱尖端與玻璃面之影像恰結合），此時三足點和螺柱尖端共球面，記下讀數。前後的讀值差便是 a 值。共 3 次，求平均值。

(3) 將數據代入公式(2)，算出平凸透鏡的曲率半徑。

【計算與分析】

1. 利用成像公式 $\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{f}$ ，算出紅、綠、紫各色光在外環、內環及中央三個區域上的焦距 f。

2. 球面像差的第三階近似值，可以表示為：
$$\frac{1}{f(h)} = \frac{1}{f(0)} + a_1 h^2 + a_2 h^4 \dots \dots (3)$$

(h：環與鏡心間距離，內環 h = 2.8 cm，外環 h = 4.8 cm)

算出各色修正係數 a_1 、 a_2 ，並求平均值 $\langle a_i \rangle$ 。

3. 將 $\langle a_1 \rangle$ 與 $\langle a_2 \rangle$ 代入公式(3)中，算出 f(h) 值，並與測量值比較，算出百分誤差。

4. 利用造鏡公式 $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$ 和中央圓孔的各色焦距，算出平凸透鏡材料對紅、綠、紫三色光的折射率 n ($R_1 = \infty$ ， $R_2 = -R$)。

【問題】

1. 厚透鏡全平面 (principal planes) 的定義

2. 說明刀口的功用

3. 測量平凸透鏡的色像差和球面像差時，為何需從‘內環區的綠色’開始？

【參考資料】

1. 幾何光學，葉玉堂、饒建珍、肖峻編著，郭浩中校訂，台北市，五南圖書出版股份有限公司，2008年12月。

2. 雷射原理與量測概論，楊國輝、黃宏彥編著，台北市，五南圖書出版股份有限公司，2008年12月。

3. Optics, by Eugene Hecht, 4th Edition

【附錄】待測透鏡的規格與厚透鏡修正

1. 規格

(1) 球面平凸 (曲率半徑 = 12.4 cm)

(2) 透鏡直徑 = 13 cm

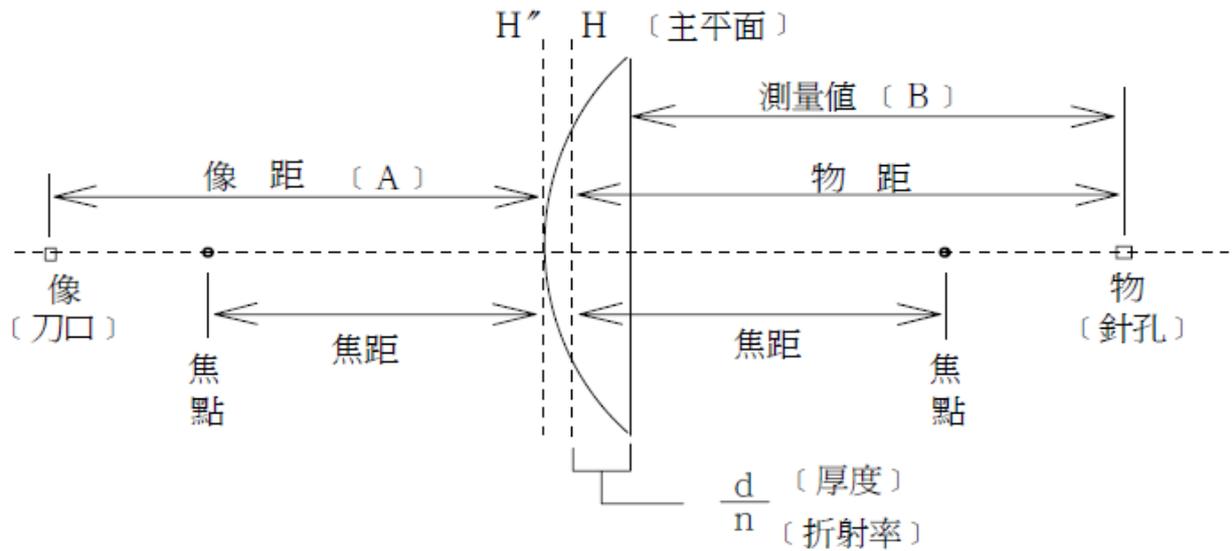
(3) 中央厚度 = 2.1 cm

(4) 折射率 (綠光) = 1.54

(5) 材質：n (紅) = 1.5202、n (綠) = 1.5250、n (紫) = 1.5339

2. 修正

(1) 圖示



圖六 厚透鏡修正說明圖

(2) 提示

因為焦距與厚度相差不大，物距與像距的實際值，必需由主平面量起。（各物理量的相關位置，請參考上圖的說明）

3. 干涉型濾光片的波長：紅（656.3nm）、綠（546.1nm）、紫（435.8nm）