

實驗一 RC、RL交流電路

一、實驗器材

名稱	數量	名稱	數量
電感器 20 mH	1	電容器 0.047 μF	1
電容器 0.1 μF	1	10k 可變電阻	1

Part I. RC 交流電路

1. 電流與電壓

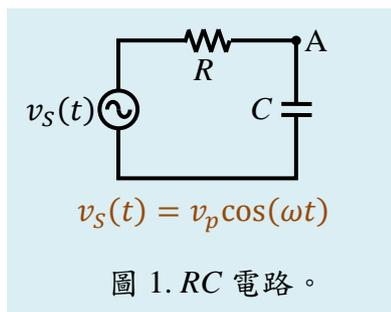


圖1中，根據 Kirchhoff's 定律可以寫出：

$$v_R + v_C = R \frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} = v_p \cos(\omega t) \quad \dots (1)$$

令 $q(t) = Q_1 \cos(\omega t) + Q_2 \sin(\omega t)$ 代入(1)式解出：

$$Q_1 = \frac{\frac{v_p}{C}}{\frac{1}{C^2} + R^2 \omega^2}, \quad Q_2 = \frac{R \omega v_p}{\frac{1}{C^2} + R^2 \omega^2}$$

於是 $q(t)$ 可以寫為：

$$q(t) = q_p \cos(\omega t - \phi), \quad \text{其中 } q_p = \frac{C v_p}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}, \quad \phi = \tan^{-1} \omega RC。$$

電路之電流 $i(t)$ 為：

$$i(t) = \frac{d}{dt} q(t) = -\omega q_p \sin(\omega t - \phi) = \omega q_p \cos\left(\omega t - \phi + \frac{\pi}{2}\right) \equiv i_p \cos\left(\omega t - \phi + \frac{\pi}{2}\right) \quad \dots (2)$$

其中 $i_p = \frac{\omega C v_p}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$ 。

電容器之電壓 v_C 為：

$$v_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{v_p}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \cos(\omega t - \phi) \equiv v_{Cp} \cos(\omega t - \phi) \quad \dots (3)$$

其中 $v_{Cp} = \frac{v_p}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$ 。

電阻器之電壓 v_R 為：

$$v_R(t) = i(t)R = \frac{\omega RC v_p}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \cos\left(\omega t - \phi + \frac{\pi}{2}\right) \equiv v_{Rp} \cos\left(\omega t - \phi + \frac{\pi}{2}\right) \cdots (4)$$

$$\text{其中 } v_{Rp} = \frac{\omega RC v_p}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \circ$$

2. 相位關係與頻率響應

(1) 相位關係

比較(1)式與(3)式之相位可知：電源電壓領先電容器電壓， $\phi = \tan^{-1} \omega RC$ 。

比較(2)式與(3)式之相位可知：電路電流永遠領先電容器之電壓 90° 。

比較(2)式與(4)式之相位可知：電路電流與電阻器電壓同相。

若以相向量圖 (phasor diagram) 表示則如圖2所示。

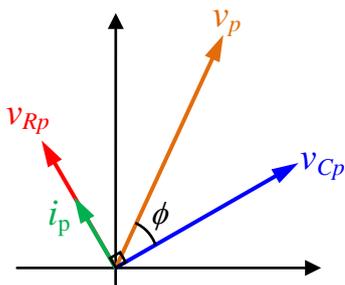


圖 2. RC 電路相向量圖。

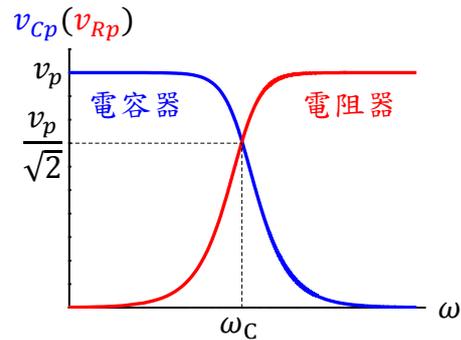


圖 3. RC 電路頻率響應。

(2) 電容器頻率響應

由(3)式可知電容器之電壓峰值 $v_{Cp} = \frac{v_p}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$ ，其與頻率之關係如圖3所示。

(i) 低頻響應

當頻率很低時 ($\omega \rightarrow 0$)，電容器之電壓峰值 v_{Cp} 趨近於電源電壓峰值 v_p 。

(ii) 臨界頻率

臨界頻率 $\omega_c \equiv \frac{1}{RC}$ ，當頻率為臨界頻率時， $v_{Cp} = \frac{v_p}{\sqrt{2}}$ 。

(iii) 高頻響應

當頻率很高時 ($\omega \rightarrow \infty$)，電容器之電壓峰值 v_{Cp} 趨近於 0。

由圖3可以看出，當輸入低頻訊號 ($\omega < \omega_c$) 時，電容器兩端之電壓至少為輸入訊號 v_p 的

$1/\sqrt{2}$ (~0.7)，當輸入高頻訊號($\omega > \omega_C$) 時，電容器兩端之電壓急速衰減，亦即電容器將交流訊號 v_p 濾掉，頻率越高效應則越明顯。在電路應用上，如果以電容器的電壓做為輸出，則這個電路可做為一個“低通濾波器 (Lowpass filter)”。

(3) 電容電抗(reactance)

若電路只有電容器存在時 ($R = 0$)，電流峰值 i_p 變為 $i_p = v_p / \frac{1}{\omega C}$ 。與歐姆定律相比較，可知 $1/\omega C$ 可類比電阻，只是其電阻值隨頻率之變化而改變， $X_C \equiv 1/\omega C$ 稱之為電容電抗。

(4) 電阻器之電壓

由(4)式電阻器上之電壓峰值 $v_{Rp} = \frac{\omega RC v_p}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$ 可以繪出 v_{Rp} 與頻率之關係如圖3所示。由圖3可以看出，其行為恰與電容器之行為相反，當輸入訊號頻率 ω 大於 ω_C 時，電阻器兩端之電壓至少為輸入訊號 v_p 的 $1/\sqrt{2}$ ，頻率越高越接近輸入訊號 v_p 。因此，如果以電阻器的電壓做為輸出，則這個電路可做為一個“高通濾波器 (Highpass filter)”。

Part II. RL 交流電路

1. 電流與電壓

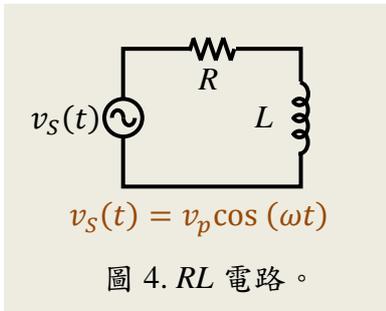


圖4中，根據 Kirchoff's 定律可以寫出：

$$v_L + v_R = L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = v_p \cos(\omega t) \quad \dots (5)$$

如 RC 電路之理論推導可得電流 $i(t)$ 為：

$$i(t) = i_0 \cos(\omega t - \phi) \quad \dots (6)$$

$$\text{其中 } i_p = \frac{v_p}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}, \quad \phi = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}。$$

電感器之電壓 v_L 為：

$$v_L(t) = v_{Lp} \cos\left(\omega t - \phi + \frac{\pi}{2}\right) \quad \dots (7)$$

$$\text{其中 } v_{Lp} = \frac{\omega L v_p}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}。$$

電阻器之電壓 v_R 為：

$$v_R(t) = v_{Rp} \cos(\omega t - \phi) \quad \dots (8)$$

$$\text{其中 } v_{Rp} = \frac{R v_p}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}。$$

2. 相位關係與頻率響應

(1) 相位關係

比較(6)與(7)式之相位可知：電路電流永遠落後電感器之電壓 90° 。

比較(5)與(6)式之相位可知：電路電流落後電源電壓 $\phi = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$ 。

比較(6)與(8)式之相位可知：電路電流與電阻器電壓同相。

若以相向量圖表示則如圖5所示。

(2) 頻率響應

若定義臨界頻率 $\omega_L \equiv \frac{R}{L}$ ，則 v_{Lp} 與 v_{Rp} 與頻率之關係如圖6所示。

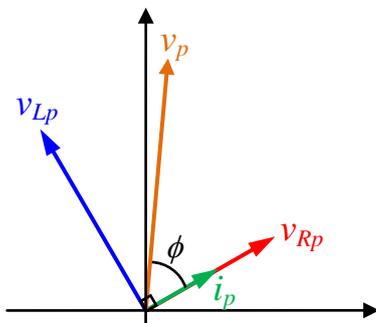


圖 5. RL 電路相向量圖。

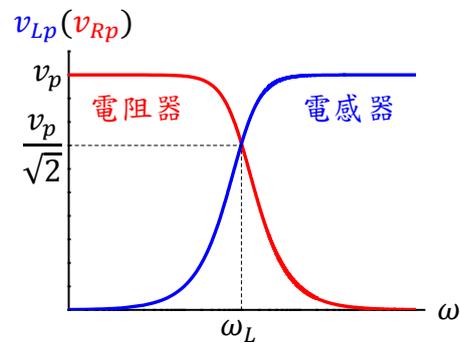


圖 6. RL 電路頻率響應。

以電感器的電壓做為輸出，則這個電路可做為一個高通濾波器，以電阻器的電壓做為輸出，則這個電路可做為一個低通濾波器。

(3) 電感電抗

電路只有電感器存在時 ($R=0$)，電流峰值 i_p 變為 $i_p = v_p / \omega L$ 。與歐姆定律相比較，可知 ωL 可類比電阻，只是其電阻值隨頻率之變化而改變， $X_L \equiv \omega L$ 稱之為電感電抗。

二· 實習項目

工作一：RC 交流電路

1. 設定訊號產生器波形"FUNCTION"為正弦波，"RANGE"為"100k"，調整輸出頻率為 ~ 3 kHz、將"OUTPUT/50 Ω "輸出接至三用電表(設定ACV檔)，調整訊號產生器"AMPL"鈕，使電壓為 4

V。

- 將調好之輸出作為電壓源，取 $10\text{ k}\Omega$ 可變電阻旋轉之使其相鄰二腳以三用電表量測為 $1\text{ k}\Omega$ (另一腳空接)， $C = 0.047\text{ }\mu\text{F}$ ，如圖 1 接妥電路，將 CH1 探針接至電阻器兩端 (接地端接 A 點)，CH2 探針接至電容器兩端 (接地端接 A 點)，調整示波器使螢幕上每一波形約為二個週期且垂直圖像最大，將電阻器、電容器之波形繪於圖 14 中。
- 由圖 14 中判斷電阻器、電容器之波形相位差為 _____ $^\circ$ ，何者領先 _____。
- 變化訊號產生器頻率，波形相位差會改變嗎?
- 如表 1 調整頻率，以三用電表量測電阻器 v_R 、電容器 v_C 及電壓源 v 之電壓(這些值皆為其峰值之 $1/\sqrt{2}$)，完成表 1。
- 將可變電阻取下旋轉之使其值以三用電表量測為 $2\text{ k}\Omega$ 後重新置回電路中，重複步驟 5。
- 將可變電阻取下旋轉之使其值以三用電表量測為 $5\text{ k}\Omega$ 後重新置回電路中，重複步驟 5。
- 根據表 1 繪出 $v_R/v (v_C/v) - f$ 於圖 15(a)中，繪出 $\frac{v_R}{2\pi R v_C} - f$ 於圖 15(b)中。
- 圖 15(a)中取對應比值為 0.7 時之頻率，分別以 $\omega_C = 2\pi f = \frac{1}{RC}$ 計算 C 值後再取其平均值可得 $C_{ave} = \text{_____ } \mu\text{F}$ 。
- 以 LCR meter 量出 $C_{0.047\mu\text{F}} = \text{_____ } \mu\text{F}$ 。

工作二：RL 交流電路

- 設定訊號產生器波形"FUNCTION"為正弦波，"RANGE"為"100k"，調整輸出頻率為 $\sim 10\text{ k Hz}$ 、將 "OUTPUT/50 Ω " 輸出接至三用電表(設定ACV檔)，調整訊號產生器"AMPL"鈕，使電壓為 4 V 。
- 將調好之輸出作為電壓源，取 $L = 20\text{ mH}$ ，如圖 4 接妥電路，旋轉 $10\text{ k}\Omega$ 可變電阻使其值為 $1\text{ k}\Omega$ ，如同 RC 電路作法將電阻器、電感器之波形繪於圖 16 中。
- 由圖 16 中判斷電阻器、電感器之波形相位差為 _____ $^\circ$ ，何者領先 _____。
- 變化訊號產生器頻率，波形相位差會改變嗎?
- 如 RC 電路之作法，完成表 2。
- 將可變電阻取下旋轉之使其值為 $2\text{ k}\Omega$ 後重新置回電路中，重複步驟 5。
- 將可變電阻取下旋轉之使其值為 $5\text{ k}\Omega$ 後重新置回電路中，重複步驟 5。

8. 根據表 2 繪出 $v_L/v(v_R/v) - f$ 於圖 17(a) 中，繪出 $\frac{Rv_L}{2\pi v_R} - f$ 於圖 17(b) 中。

9. 圖 17 中取對應比值為 0.7 時之頻率，分別以 $\omega_L \equiv \frac{R}{L}$ 計算 L 值後再取其平均值，可得

$$L_{ave} = \text{_____ mH}。$$

10. 以 LCR meter 量出 $L_{20\text{mH}} = \text{_____ mH}。$

實驗一 RC、RL 交流電路

組別：_____ 學號：_____ 姓名：_____ 同組同學姓名：_____

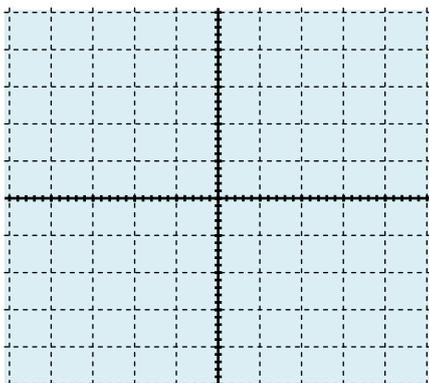
日期：_____ 教師簽署：_____

Part I. RC 交流電路

表 1. RC 交流電路

頻率 (kHz)	0.1	0.5	0.8	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
$v_{C1k\Omega}$ (V)												
$v_{C2k\Omega}$ (V)												
$v_{C5k\Omega}$ (V)												
$v_{R1k\Omega}$ (V)												
$v_{R2k\Omega}$ (V)												
$v_{R5k\Omega}$ (V)												
v (V)												

頻率 (kHz)	6.0	7.0	8.0	9.0	10	20	30	40	50	70	90	100
$v_{C1k\Omega}$ (V)												
$v_{C2k\Omega}$ (V)												
$v_{C5k\Omega}$ (V)												
$v_{R1k\Omega}$ (V)												
$v_{R2k\Omega}$ (V)												
$v_{R5k\Omega}$ (V)												
v (V)												



$$V_R = \underline{\hspace{1cm}}, V_C = \underline{\hspace{1cm}} \text{ V/cm}$$

$$H = \underline{\hspace{1cm}} \text{ ms/cm}$$

圖 14

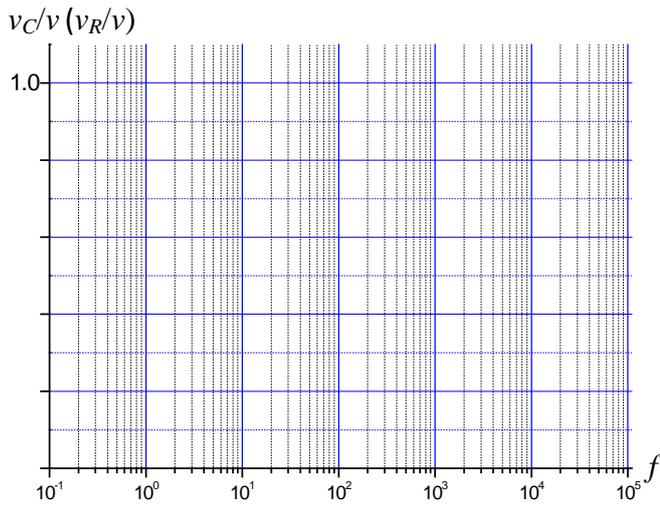


圖 15(a)

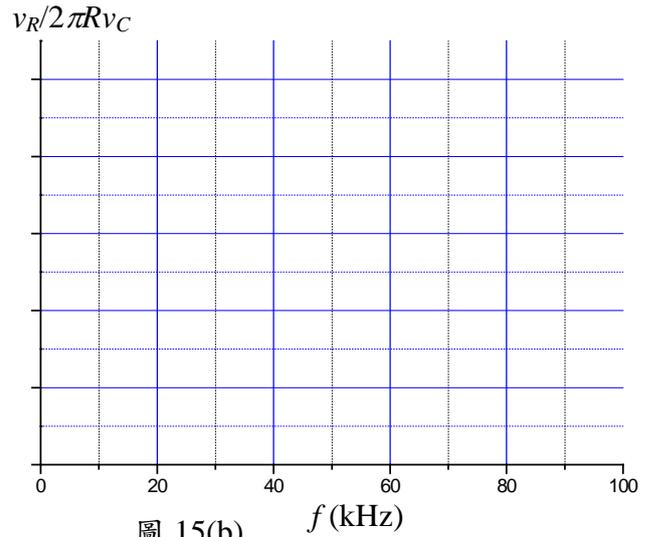


圖 15(b)

問題

1. 由圖 14 中判斷電阻器、電容器之波形相位差為 _____°，何者領先 _____。
2. 變化訊號產生器頻率，波形相位差會改變嗎？ _____。
3. 由圖 15(a)中以 v_C/v 之變化說明電阻值增加之效果。

4. 說明圖 15(b) 之意義，從圖中可以得到甚麼資訊？

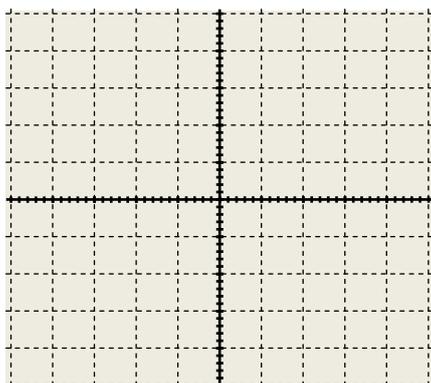
5. $C_{ave} =$ _____ μF ， $C_{0.047\mu\text{F}} =$ _____ μF ，誤差 = _____，說明誤差來源。

Part II. *RL* 交流電路

表2. *RL* 交流電路

頻率 (kHz)	0.1	0.5	0.8	1.0	1.5	2.0	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5
$v_{L1k\Omega}(V)$														
$v_{L2k\Omega}(V)$														
$v_{L5k\Omega}(V)$														
$v_{R1k\Omega}(V)$														
$v_{R2k\Omega}(V)$														
$v_{R5k\Omega}(V)$														
$v (V)$														

頻率 (kHz)	7.0	8.0	9.0	9.5	10	15	20	30	40	50	60	80	100	
$v_{L1k\Omega}(V)$														
$v_{L2k\Omega}(V)$														
$v_{L5k\Omega}(V)$														
$v_{R1k\Omega}(V)$														
$v_{R2k\Omega}(V)$														
$v_{R5k\Omega}(V)$														
$v (V)$														



$$V_R = \underline{\hspace{1cm}}, V_L = \underline{\hspace{1cm}} \text{ V/cm}$$

$$H = \underline{\hspace{1cm}} \text{ ms/cm}$$

圖 16

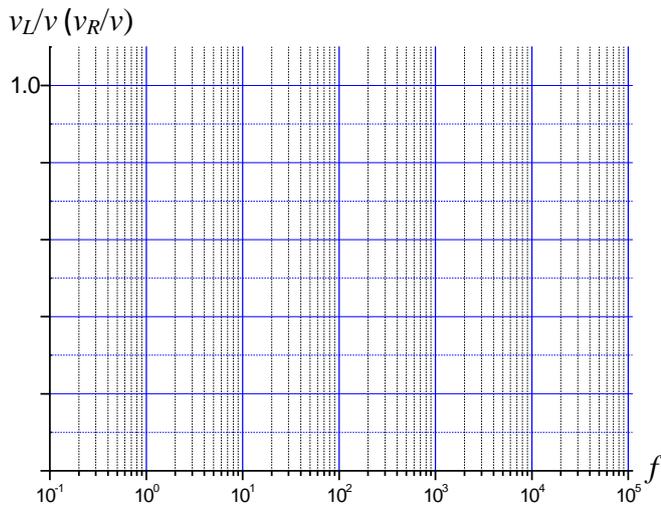


圖 17(a)

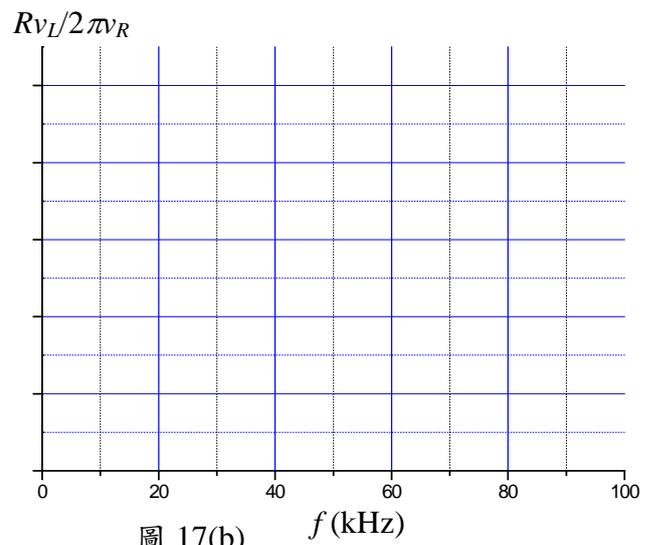


圖 17(b)

問題

1. 電阻器、電感器之波形相位差為 _____°，何者領先 _____。
2. 變化訊號產生器頻率，波形相位差會改變嗎？ _____。
3. 由圖 17(a)中以 v_L/v 之變化說明電阻值增加之效果。
4. 說明圖 17(b) 之意義，從圖中可以得到甚麼資訊？
5. $L_{ave} =$ _____ mH， $L_{20mH} =$ _____ mH，誤差 = _____，說明誤差來源。