

實驗四 Helmholtz 線圈磁場分佈之測量

一、實驗內容

測量 Helmholtz 線圈的磁場分佈。

二、實驗器材 (請參考附錄 I)

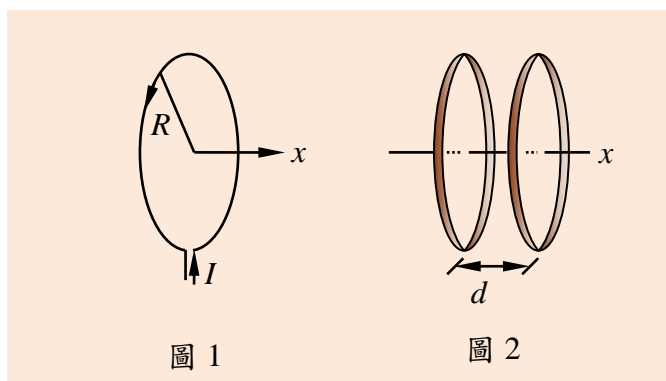
名稱	數量	名稱	數量	名稱	數量
Helmholtz 線圈	2	電源供應器(LH)	1	三用電表	1
軸向霍耳測試棒及校正磁場線圈	1	附有刻度之滑軌	1	夾子	1
霍耳測試棒電源供應器	1	X-Y 記錄器	1	基座	3
移動感應器及電源	1	微伏計	1		

三、實驗理論

在 Biot-Sarvart 定律實驗(實驗二)之理論部份,我們已推導出如圖之 N 匝之載流線圈,在其 z 軸所產生的磁場為:

$$\mathbf{B}(x) = \frac{\mu_0 NI}{2} \frac{R^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \hat{i}$$

如我們在距此一線圈 d 的地方,放置另一完全相同的線圈,且通過此新線圈的電流大小、方向皆與原線圈相同(如圖 2),則沿中心軸上的磁場大小為(以左線圈面為 $x=0$):



$$B(x) = \frac{\mu_0 NIR^2}{2} \left\{ \frac{1}{(x^2 + R^2)^{3/2}} + \frac{1}{[(d-x)^2 + R^2]^{3/2}} \right\}$$

這種線圈常被稱為 Helmholtz 線圈。

一般電磁鐵 pole caps 間之磁場皆均勻，但樣品的大小受 pole caps 間的空間所限制。因此 Helmholtz 線圈在物理實驗室中是極為重要且常見的儀器，尤其在作核磁共振實驗及其他物質磁性研究上，更是不可缺的工具，除了作物質磁導率等數種研究外，大部份的實驗須要將樣品放置在此類 Helmholtz 線圈中磁場最均勻的部份。故我們須對 Helmholtz 線圈之磁場分佈有相當的了解。若欲使兩線圈中心空間處的磁場分佈得到最佳的均勻度(即 $d^2B/dx^2=0$ ， d^2B/dx^2 可作為磁場強度在 x 方向不均匀度的指標)

我們通常選擇 $2a=R$ 使 B 對 z 的二次導數於 $z=a$ 時其值為零。

$$\frac{dB}{dx}\Big|_{x=\frac{d}{2}} = \frac{\mu_0 N I R^2}{2} \left\{ -\frac{3}{2} \frac{2x}{(x^2 + R^2)^{5/2}} + \frac{3}{2} \frac{2(d-x)}{[(d-x)^2 + R^2]^{5/2}} \right\} \Big|_{x=\frac{d}{2}} = 0$$

$$\frac{d^2B}{dx^2}\Big|_{x=\frac{d}{2}} = -\frac{3\mu_0 N I R^2}{2} \left[\frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + R^2 - 5\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 + R^2 - 5\left(\frac{d}{2}\right)^2}{\left[\left(\frac{d}{2}\right)^2 + R^2\right]^{7/2}} \right]$$

當 $d=R$ 時

$$\frac{d^2B}{dx^2}\Big|_{x=\frac{R}{2}} = 0$$

所以如選擇 Helmholtz 線圈的間距恰為單一線圈的半徑時，磁場之二次導數於兩線圈之中心位置 $x=(R/2)$ 時其值為零，而兩線圈在中心位置之磁場強度為

$$B\left(\frac{R}{2}\right) = \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{\mu_0 N I}{R}$$

同樣地，我們也發現

$$\frac{d^3B}{dx^3}\Big|_{x=\frac{R}{2}} = 0$$

也就是前三階導數的值於 $x=R/2$ 處皆為零。將中心點附近的磁場對 $x=(R/2)$ 展開：

$$B(x) = B\left(\frac{R}{2}\right) + \left(x - \frac{R}{2}\right) \frac{dB}{dx}\Big|_{x=\frac{R}{2}} + \frac{1}{2} \left(x - \frac{R}{2}\right)^2 \frac{d^2B}{dx^2}\Big|_{x=\frac{R}{2}} + \dots$$

因前三階導數的值於 $x=(R/2)$ 處皆為零，所以

$$B(x) = B\left(\frac{R}{2}\right) + \frac{1}{24}\left(x - \frac{R}{2}\right)^4 \left.\frac{d^4B}{dx^4}\right|_{x=\frac{R}{2}} + \dots$$

最後我們可以得到

$$B(x) \approx B\left(\frac{R}{2}\right) \left[1 - \frac{144}{125} \left(\frac{x - \frac{R}{2}}{R}\right)^4 \right]$$

如果軸上任意點距中心點的距離在 $R/10$ 之內，則其磁場與中心磁場之差為

$$\frac{B\left(\frac{R}{2}\right) - B\left(\left|x - \frac{R}{2}\right| < \frac{R}{10}\right)}{B\left(\frac{R}{2}\right)} < \frac{1.5}{10000}$$

可以視為均勻磁場。

四、實驗步驟

1. 手動測量磁場

- (1) 參考圖附錄 II-1，完成利用標準線圈校正軸向霍耳測試棒。
- (2) 取 $R=13.6$ 公分之線圈，參考圖 3 所示將儀器架設完成，軸向霍耳測試棒之前端應指向 Helmholtz 線圈之圓心。
- (3) 調電源供應器的電流輸出使 Helmholtz 線圈電流為 1 A，慢慢移動軸向霍耳測試棒，記錄霍耳測試棒移動之距離，完成表 1 之實驗（Helmholtz 線圈匝數為 $N=320$ ）。

※ 注意：線圈最大承受電流為 1.5 A。

- (4) 取 $R=6.8$ 公分之線圈，重複步驟 (3)，完成表 2 之實驗。
- (5) 作二者之 $B-z$ 圖。

2. 使用 X-Y 記錄器

- (1) 取 $R=13.6$ 公分之線圈，參考圖 4 所示將儀器架設完成，將白紙置於 X-Y 記錄器上。先關閉所有電源，將細線以膠帶黏在軸向霍耳測試棒前端之側面上，再將細線穿過 Helmholtz 線圈，再經過移動感應器綁上一物體。先試試綁上物體後滑車可否在軌道上

輕易滑行。若否，則重新調整使之可輕易滑行。

- (2) 打開電源，令 Helmholtz 線圈電流為 1 A。鬆開物體當滑車緩慢滑行時，在白紙上即有曲線繪出。
- (3) 取 $R=6.8$ 公分之線圈，重複步驟(2)。

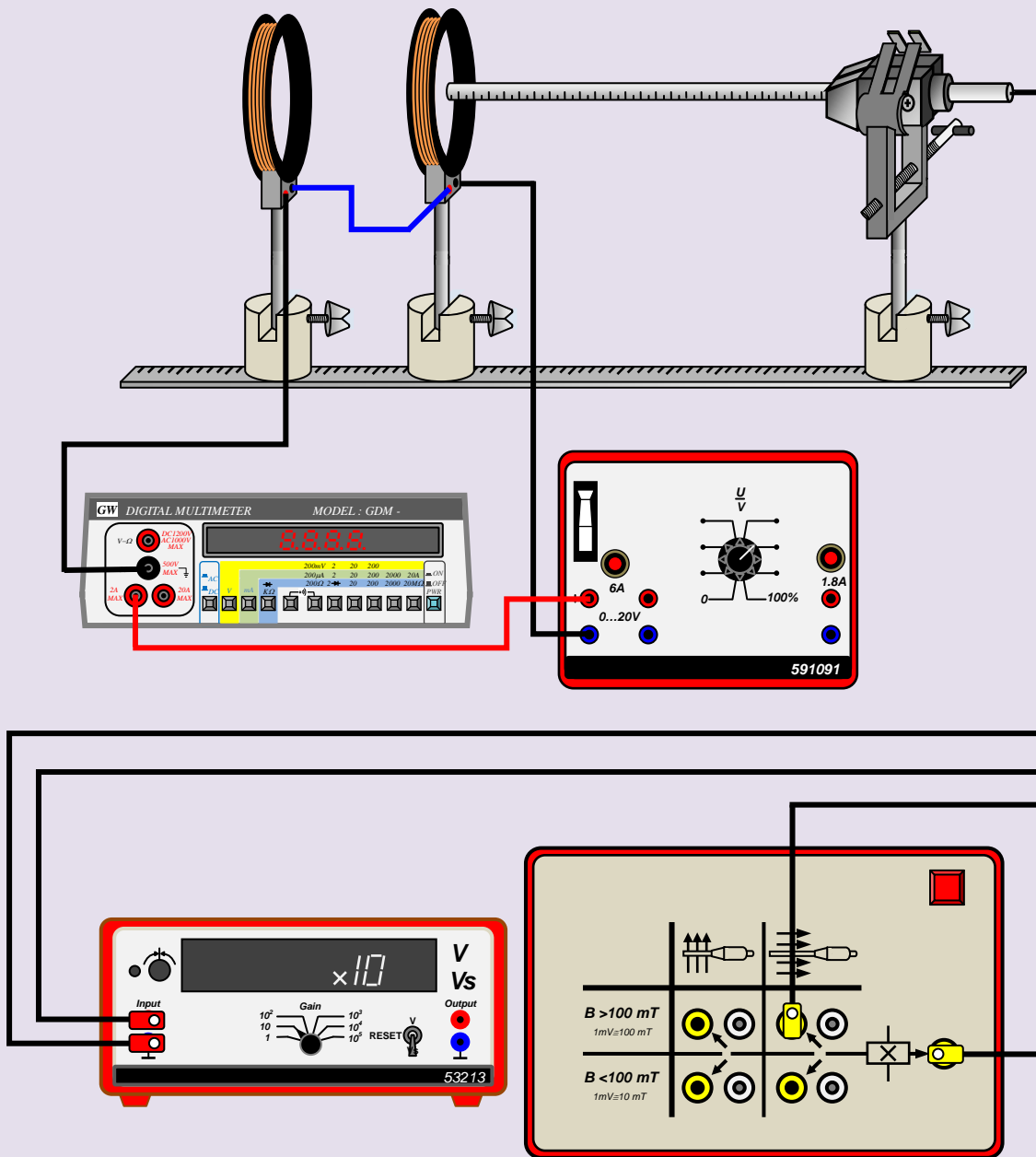


圖 3. Helmholtz B 場大小量測裝置圖

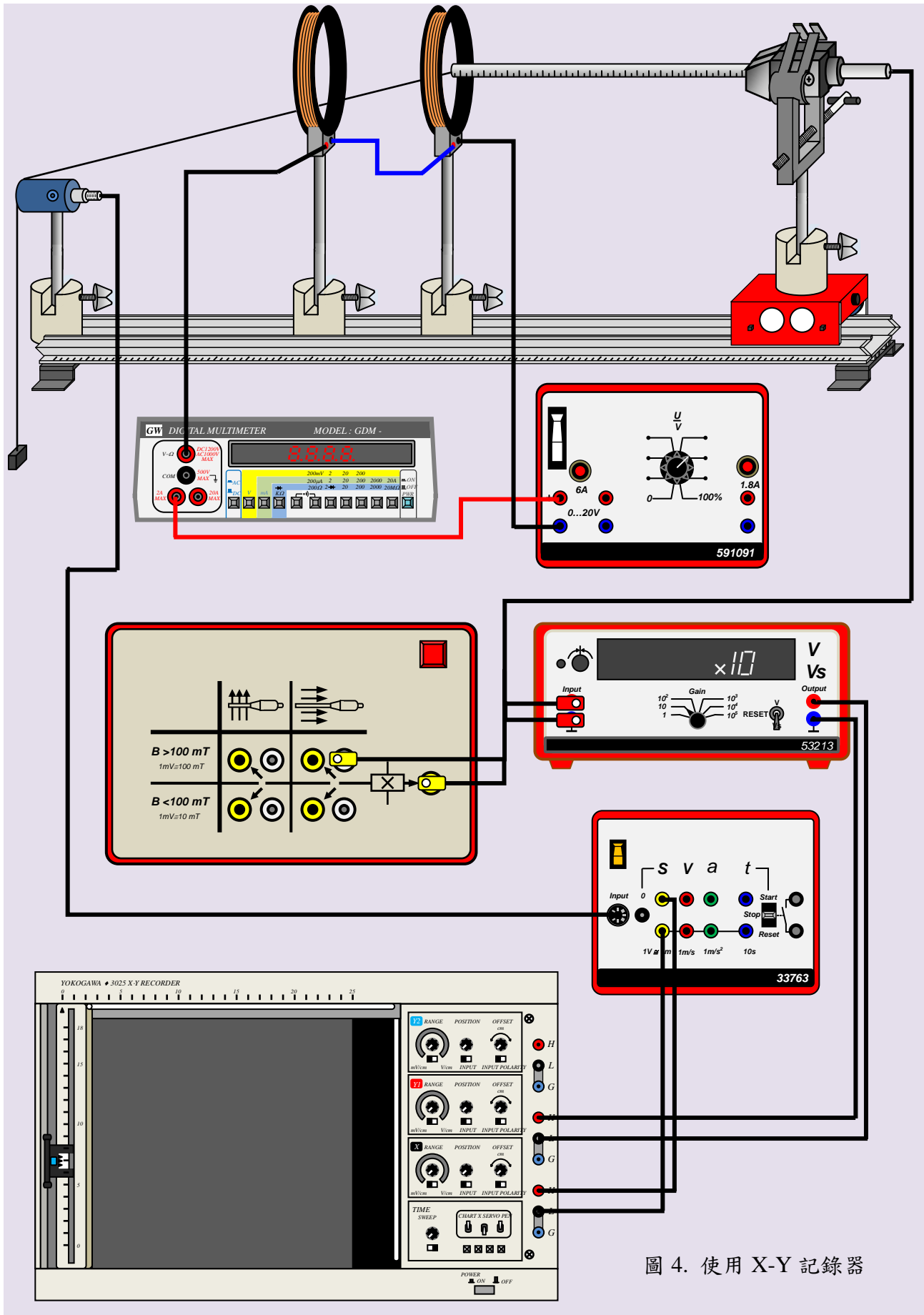


圖 4. 使用 X-Y 記錄器

組別：_____ 姓名：_____ 同組同學姓名：_____

日期：_____ 教師簽署：_____

實驗記錄

1. 手動測量磁場

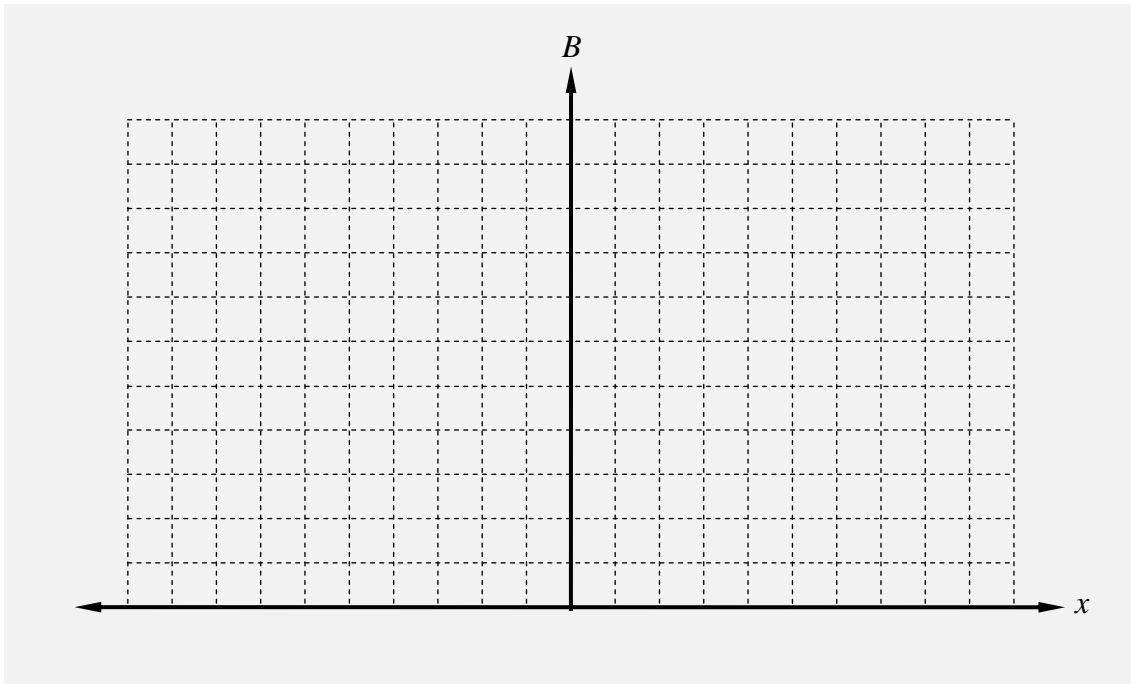
表 1. $R=13.6$ 公分 $I=1$ A

x (cm)	0	0.2	0.5	0.8	1.0	1.5	2	3	5	10	12	15	18	20
mV														
B (mT)														
理論值														
誤差														
x (cm)	0	-0.2	-0.5	-0.8	-1.0	-1.5	-2	-3	-5	-10	-12	-15	-18	-20
mV														
B (mT)														
理論值														
誤差														

表 2. $R=6.8$ 公分 $I=1$ A

x (cm)	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.2	1.5	2	5	8	10	12	14
mV													
B (mT)													
理論值													
誤差													
x (cm)	0	-0.2	-0.4	-0.6	-0.8	-1.2	-1.5	-2	-5	-8	-10	-12	-14
mV													
B (mT)													
理論值													
誤差													

作二者之 $B-x$ 圖。



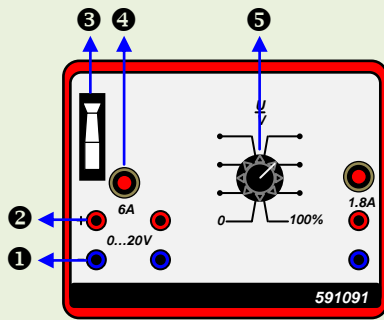
2. 使用 X-Y 記錄器

將 X-Y 記錄器在記錄紙上繪出之曲線標出橫軸、縱軸的單位。

問題

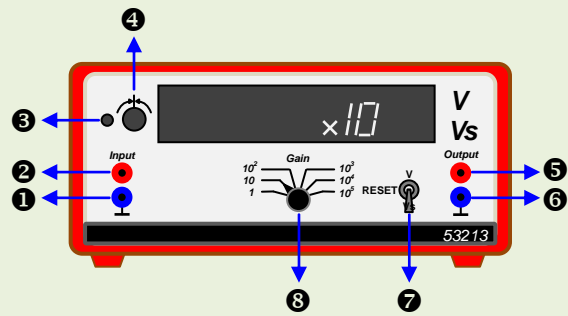
- (1) 解釋你所繪 $B-x$ 圖曲線之行為。
- (2) 說明誤差發生之原因。
- (3) 比較 X-Y 錄器所做出圖形和手動的數據圖。
- (4) 所測得兩線圈間之磁場有何特性？
- (5) 舉例說明 Helmholtz 線圈之應用。

附錄 I



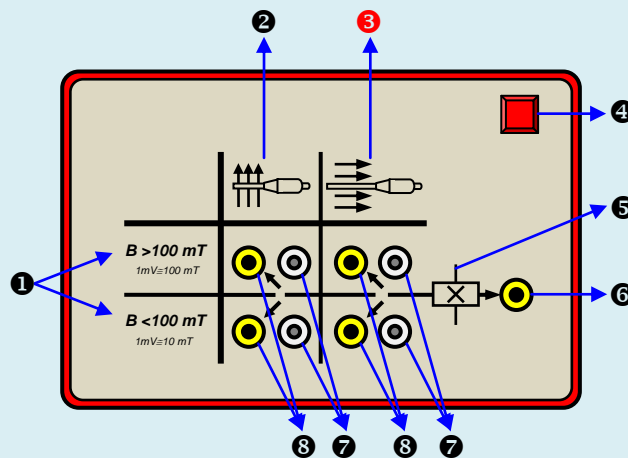
LH 電源供應器

- ① “-”輸出端插孔
- ② “+”輸出端插孔
- ③ 電源開關
- ④ 過電流重置鈕
- ⑤ 輸出調整鈕



微伏計

- ① “-”輸入端插孔
- ② “+”輸入端插孔
- ③ 補償鈕
- ⑤ “+”輸出端插孔
- ⑦ 功能選擇鈕
- ⑧ 放大倍率選擇鈕
- ④ 歸零鈕
- ⑥ “-”輸出端插孔



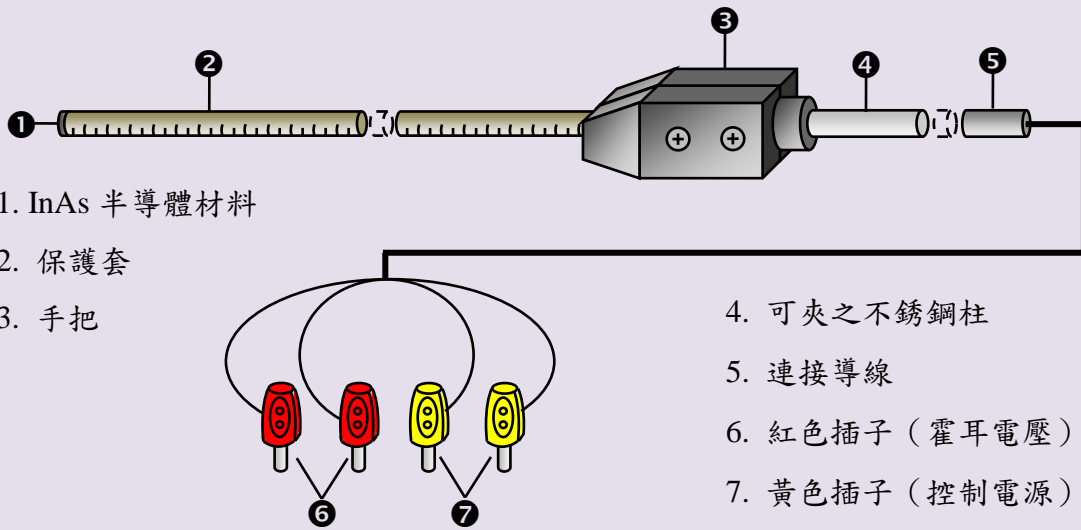
霍耳測試電源供應器

- ① 測量 B 場大小範圍指示
- ② 切線方向測試棒使用區
- ③ 軸向測試棒使用區
- ④ 電源指示燈
- ⑤ 霍耳產生器的符號
- ⑥ 控制電流輸出控制 “-” (共同端)
- ⑦ 可調電流鈕
- ⑧ 控制電流輸出 “+”。

可調電流之範圍

- 1. $B < 100 \text{ mT}$: 5 ~ 15 (mA)
- 2. $B > 100 \text{ mT}$: 50 ~ 150 (mA)

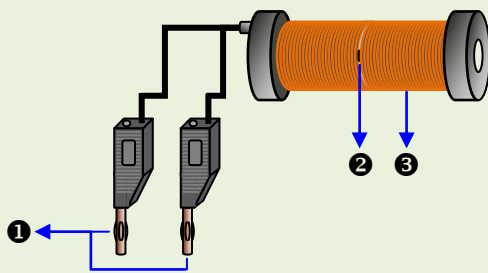
軸向霍爾測試棒



- 1. InAs 半導體材料
- 2. 保護套
- 3. 手把

- 4. 可夾之不銹鋼柱
- 5. 連接導線
- 6. 紅色插子 (霍耳電壓)
- 7. 黃色插子 (控制電源)

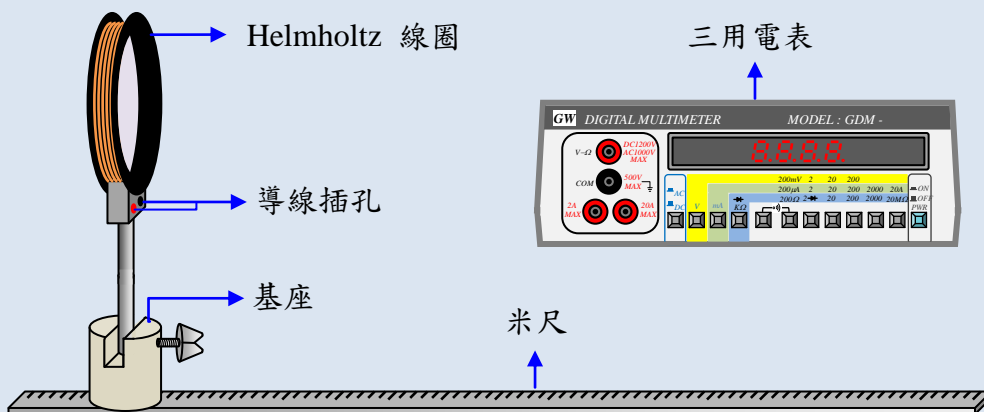
※ 測試範圍：0.3 mT~1 T

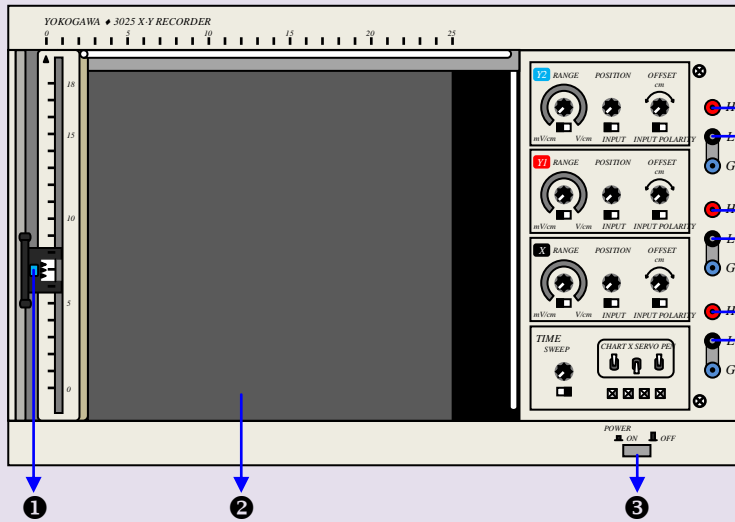


軸向霍爾測試棒校正標準線圈

- ① 電源供應 (給線圈) 插子
- ② 空隙
- ③ 線圈

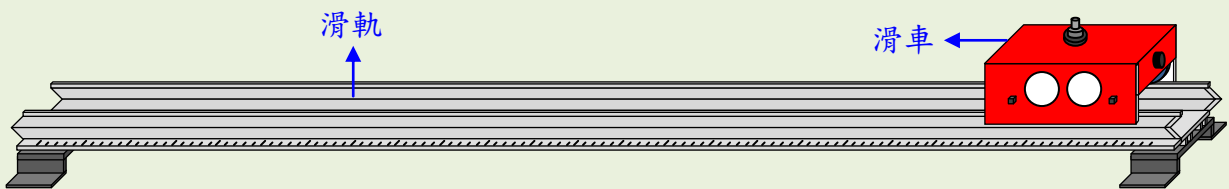
※ 線圈通過 1A 電源時，空隙中心 $B=10 \text{ mT}$



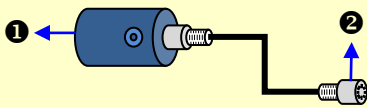


X-Y 記錄器

- ① 筆夾 ② 記錄紙放置處
- ③ 電源按鈕
- ④ X “-”輸入插孔
- ⑤ X “+”輸入插孔
- ⑥ Y1 “-”輸入插孔
- ⑦ Y1 “+”輸入插孔
- ⑧ Y2 “-”輸入插孔
- ⑨ Y2 “+”輸入插孔

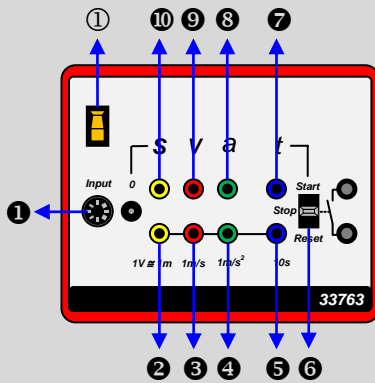


移動感應器



- ① 感應滑輪
- ② 訊號連接插頭

移動感應器之電源供應器



- ① 訊號連接插頭
- ② S “-”輸入插孔
- ③ V “-”輸入插孔
- ④ a “-”輸入插孔
- ⑤ t “-”輸入插孔
- ⑥ 功能選擇鈕
- ⑦ t “+”輸入插孔
- ⑧ a “+”輸入插孔
- ⑨ V “+”輸入插孔
- ⑩ S “-”輸入插孔
- ① 電源按鈕

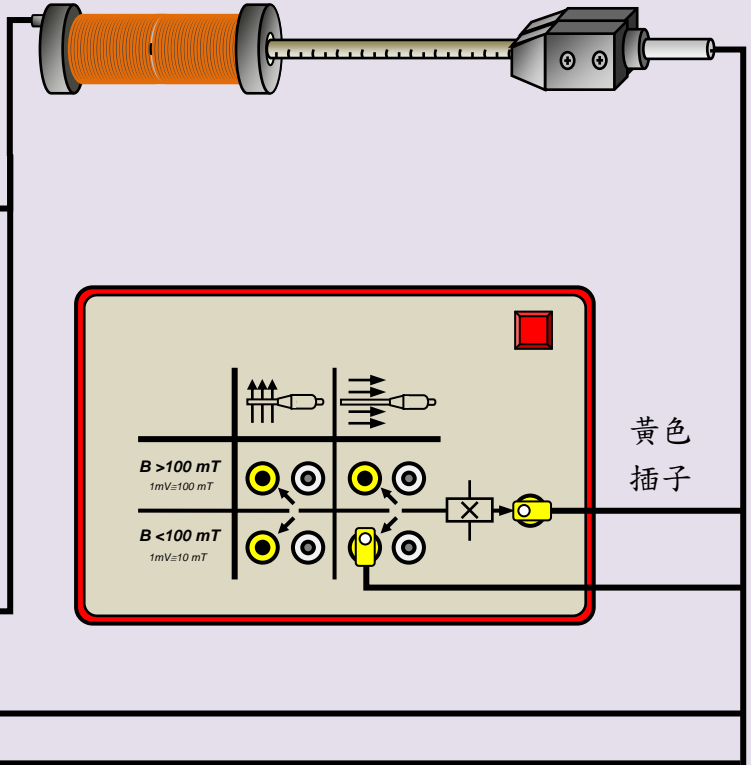
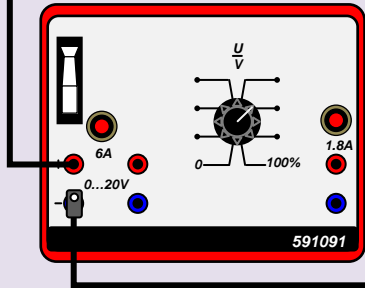
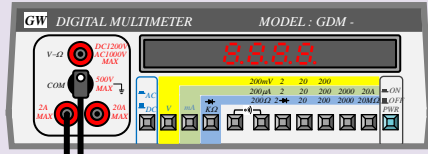
附錄 II

軸向霍爾測試組合之校正步驟:

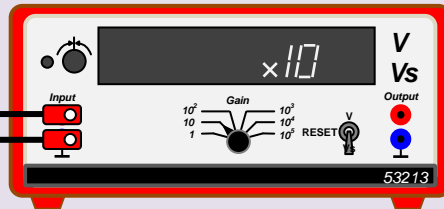
1. 如霍耳測試組合校正裝置圖附錄 II-1 之連接路線，因為線圈磁場為 10 mT，故測試棒電源供應器應選擇下方 ($B < 100$ mT) 之黃色插孔。
2. 標準線圈通以 1A 之電流，將軸向霍耳測試棒小心插入線圈中如圖 II-1 所示。
3. 依測試棒電源供應器的指示 $10 \text{ mT} = 1 \text{ mV}$ ，所以微伏計讀數須為 1mV，如果讀數超過或不足 1mV，則調整可調電流鈕使至此值即校正完畢。
4. 校正完畢後所有霍耳測試組合儀表上的可調電流鈕，不能再有變化，保持此情況去完成所要做的實驗。

六、注意事項

1. 直流電壓信號放大器的使用方法必須詳讀，不懂之處務必請帶課老師指導，禁止隨意亂調，否則損壞必須負責；一支測試棒價錢 NT\$20,000。



紅色插子



圖附錄 II-1. 軸向霍爾測試組合之校正裝置圖