

## 實驗四 Helmholtz 線圈磁場分佈之測量

### 一、實驗內容

測量 Helmholtz 線圈的磁場分佈。

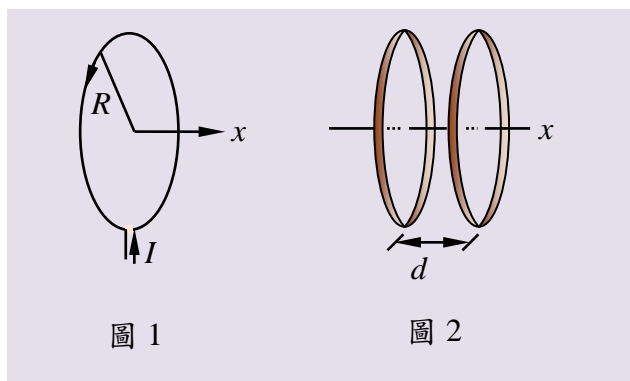
### 二、實驗器材 (請參考附錄 I)

| 名稱                    | 數量 | 名稱        | 數量 | 名稱  | 數量 |
|-----------------------|----|-----------|----|-----|----|
| Helmholtz 線圈(半徑 68mm) | 2  | 電源供應器(LH) | 1  | 微伏計 | 1  |
| 軸向霍耳測試棒及校正磁場線圈        | 1  | 附有刻度之滑軌   | 1  | 夾子  | 1  |
| 霍耳測試棒電源供應器            | 1  | X-Y 記錄器   | 1  | 基座  | 3  |
| 移動感應器及電源              | 1  | 數位式三用電表   | 1  |     |    |

### 三、實驗理論

一般電磁鐵 pole caps 間之是均勻磁場，但樣品的大小受 pole caps 間的空間所限制，既要磁場均勻又要樣品的大小有更大之彈性，因此 Helmholtz 線圈在物理實驗室中是極為重要且常見的儀器，尤其在作核磁共振實驗及其他物質磁性研究上，更是不可缺的工具。除了作物質磁導率等數種研究外，大部份的實驗須要將樣品放置在此類 Helmholtz 線圈中磁場最均勻的部份。故我們須對 Helmholtz 線圈之磁場分佈有相當的了解。

在 Biot-Sarvart 定律實驗(實驗二)之理論部份，我們已推導出如圖 1 之  $N$  匝之載流線圈，在其  $x$  軸所產生的磁場為：



$$\mathbf{B}(x) = \frac{\mu_0 NI}{2} \frac{R^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \hat{i}$$

如果我們在距此一線圈  $d$  的地方，放置另一完全相同的線圈，且通過此新線圈的電流大小、方向皆與原線圈相同(如圖 2)，則沿中心軸上的磁場大小為(以左線圈面為  $x=0$ )：

$$B(x) = \frac{\mu_0 NIR^2}{2} \left\{ \frac{1}{(x^2 + R^2)^{3/2}} + \frac{1}{[(d-x)^2 + R^2]^{3/2}} \right\}$$

這種線圈常被稱為 Helmholtz 線圈。

若欲使兩線圈中心空間處的磁場分佈得到最佳的均勻度 (即  $d^2B/dx^2=0$ ， $d^2B/dx^2$  可作為磁場強度在  $x$  方向不均勻度的指標)，我們通常選擇  $d=R$  使  $B$  對  $x$  的二次導數於  $x=d/2$  時其值為零：

$$\left. \frac{dB}{dx} \right|_{x=\frac{d}{2}} = \frac{\mu_0 NIR^2}{2} \left\{ -\frac{3}{2} \frac{2x}{(x^2 + R^2)^{5/2}} + \frac{3}{2} \frac{2(d-x)}{[(d-x)^2 + R^2]^{5/2}} \right\} \Bigg|_{x=\frac{d}{2}} = 0$$

$$\left. \frac{d^2B}{dx^2} \right|_{x=\frac{d}{2}} = -\frac{3\mu_0 NIR^2}{2} \left[ \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + R^2 - 5\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 + R^2 - 5\left(\frac{d}{2}\right)^2}{\left[\left(\frac{d}{2}\right)^2 + R^2\right]^{7/2}} \right]$$

當  $d=R$  時

$$\left. \frac{d^2B}{dx^2} \right|_{x=\frac{R}{2}} = 0$$

所以如選擇 Helmholtz 線圈的間距恰為單一線圈的半徑時，磁場之二次導數於兩線圈之中心位置  $x=(R/2)$  時其值為零，而兩線圈在其中心位置之磁場強度為

$$B\left(\frac{R}{2}\right) = \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{\mu_0 NI}{R}$$

同樣地，我們也發現

$$\left. \frac{d^3 B}{dx^3} \right|_{x=\frac{R}{2}} = 0$$

也就是前三階導數的值於  $x=R/2$  處皆為零。將中心點附近的磁場對  $x=(R/2)$  展開：

$$B(x) = B\left(\frac{R}{2}\right) + \left(x - \frac{R}{2}\right) \left. \frac{dB}{dx} \right|_{x=\frac{R}{2}} + \frac{1}{2} \left(x - \frac{R}{2}\right)^2 \left. \frac{d^2 B}{dx^2} \right|_{x=\frac{R}{2}} + \dots$$

因前三階導數的值於  $x=(R/2)$  處皆為零，所以

$$B(x) = B\left(\frac{R}{2}\right) + \frac{1}{24} \left(x - \frac{R}{2}\right)^4 \left. \frac{d^4 B}{dx^4} \right|_{x=\frac{R}{2}} + \dots$$

最後我們可以得到

$$B(x) \approx B\left(\frac{R}{2}\right) \left[ 1 - \frac{144}{125} \left(\frac{x - \frac{R}{2}}{R}\right)^4 \right]$$

如果軸上任意點距中心點的距離在  $R/10$  之內，則其磁場與中心磁場之差為

$$\frac{B\left(\frac{R}{2}\right) - B\left(\left|x - \frac{R}{2}\right| < \frac{R}{10}\right)}{B\left(\frac{R}{2}\right)} < \frac{1.5}{10000}$$

可以視為均勻磁場。

## 四、實驗步驟

### 1. 手動測量磁場

- (1) 參考圖附錄 II-1，完成利用軸向霍耳測試棒標準線圈校正軸向霍耳測試棒。
- (2) 令兩線圈相距  $d=13.6$  公分，參考圖 3 所示將儀器架設完成，軸向霍耳測試棒之前端應指向 Helmholtz 線圈之圓心。
- (3) 調電源供應器的電流輸出使 Helmholtz 線圈電流為 1 A，慢慢移動軸向霍耳測試棒，記錄霍耳測試棒移動之距離，完成表 1 之實驗（Helmholtz 線圈匝數為  $N=320$ ）。

※ 注意：線圈最大承受電流為 1.5 A。

(4) 令兩線圈相距  $d=6.8$  公分，重複步驟 (3)，完成表 2 之實驗。

## 2. 使用 X-Y 記錄器

- (1) 令兩線圈相距  $d=13.6$  公分，參考圖 4 所示將儀器架設完成，將白紙置於 X-Y 記錄器上。先關閉所有電源，將細線以膠帶黏在軸向霍耳測試棒前端之側面上，再將細線穿過 Helmholtz 線圈，再經過移動感應器綁上一物體。先試試綁上物體後滑車可否在軌道上輕易滑行，若否，則重新調整使之可輕易滑行。
- (2) 打開電源，令 Helmholtz 線圈電流為 1 A。鬆開物體當滑車緩慢滑行時，在白紙上即有曲線繪出。
- (3) 令兩線圈相距  $d=6.8$  公分，重複步驟(2)。

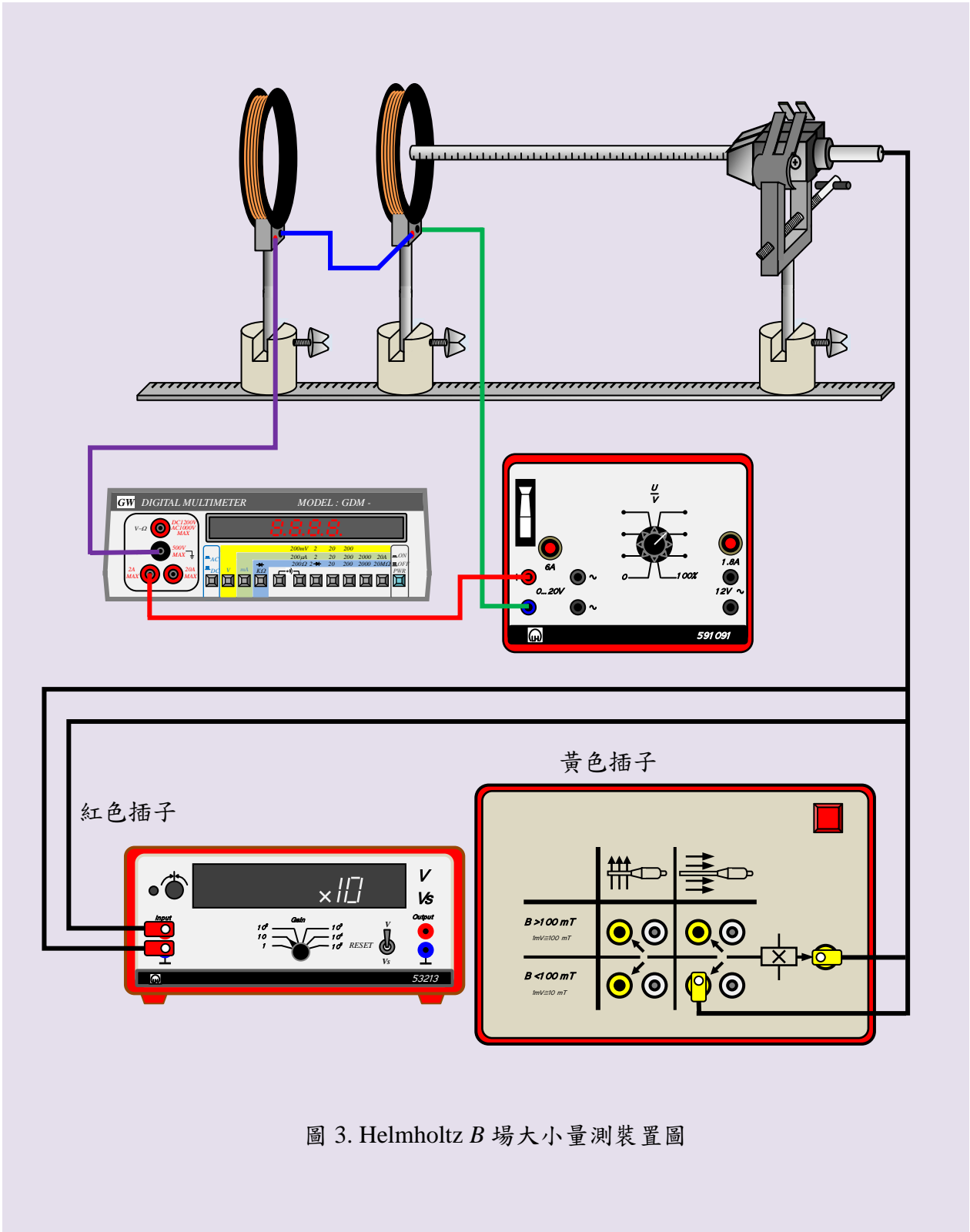


圖 3. Helmholtz  $B$  場大小量測裝置圖

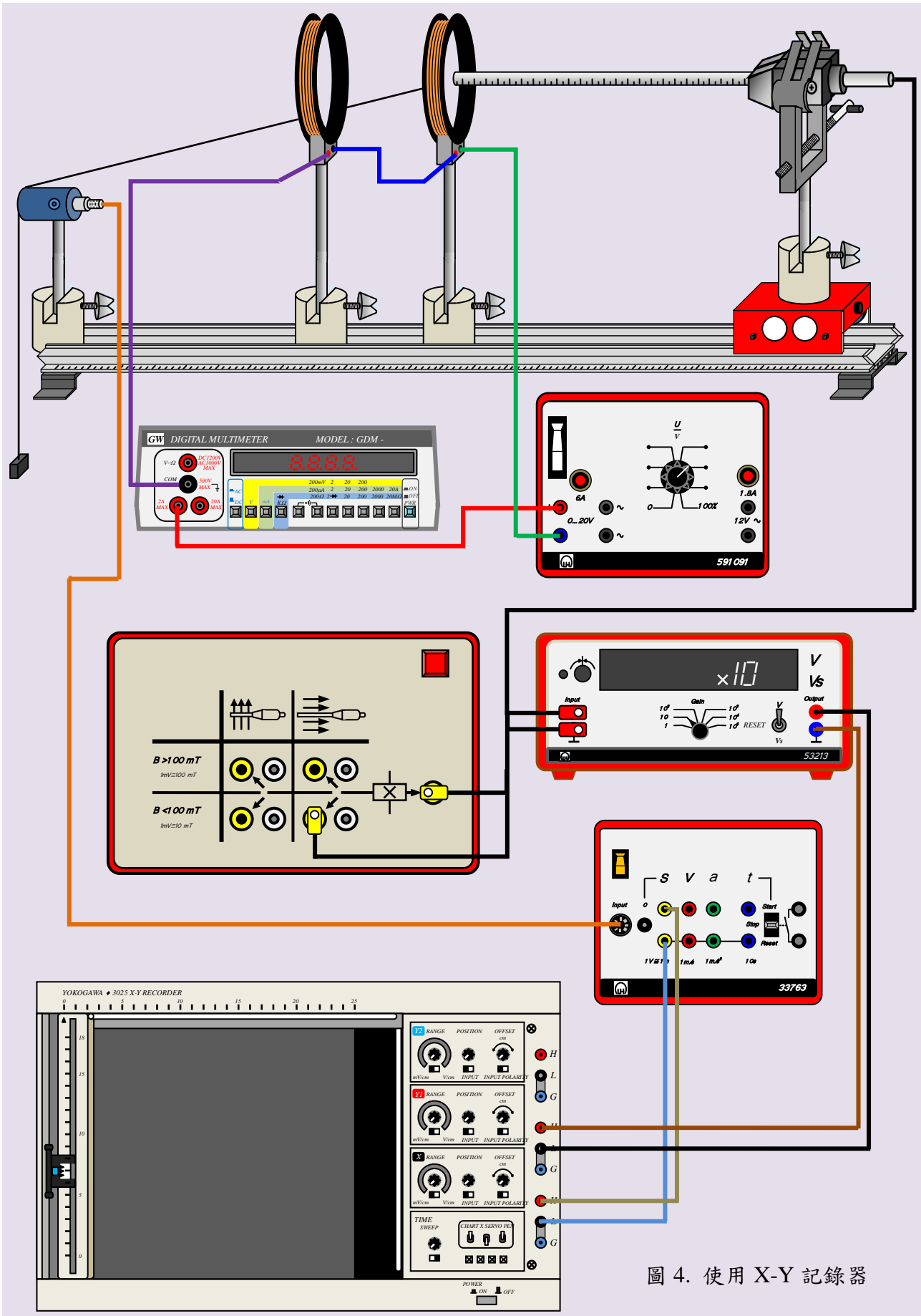


圖 4. 使用 X-Y 記錄器

## 實驗四 Helmholtz 線圈磁場分佈之測量

組別：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 同組同學姓名：\_\_\_\_\_

日期：\_\_\_\_\_ 教師簽署：\_\_\_\_\_

### 實驗記錄【 $x$ 在底下兩部分定義不同】

#### 1. 手動測量磁場 ( $x=0$ 在兩線圈中央)

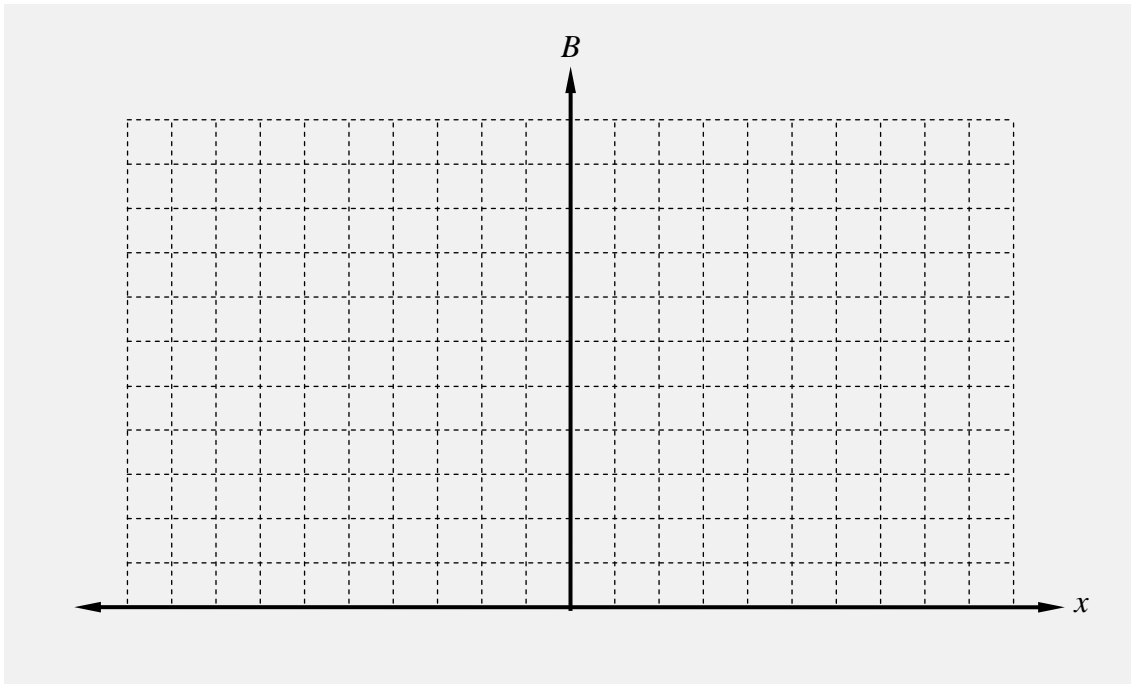
表 1.  $d=13.6$  公分  $I=1$  A

|          |   |      |      |      |      |      |    |    |    |     |     |     |     |     |
|----------|---|------|------|------|------|------|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $x$ (cm) | 0 | 0.2  | 0.5  | 0.8  | 1.0  | 1.5  | 2  | 3  | 5  | 10  | 12  | 15  | 18  | 20  |
| mV       |   |      |      |      |      |      |    |    |    |     |     |     |     |     |
| $B$ (mT) |   |      |      |      |      |      |    |    |    |     |     |     |     |     |
| 理論值      |   |      |      |      |      |      |    |    |    |     |     |     |     |     |
| 誤差       |   |      |      |      |      |      |    |    |    |     |     |     |     |     |
| $x$ (cm) | 0 | -0.2 | -0.5 | -0.8 | -1.0 | -1.5 | -2 | -3 | -5 | -10 | -12 | -15 | -18 | -20 |
| mV       |   |      |      |      |      |      |    |    |    |     |     |     |     |     |
| $B$ (mT) |   |      |      |      |      |      |    |    |    |     |     |     |     |     |
| 理論值      |   |      |      |      |      |      |    |    |    |     |     |     |     |     |
| 誤差       |   |      |      |      |      |      |    |    |    |     |     |     |     |     |

表 2.  $d=6.8$  公分  $I=1$  A

|          |   |      |      |      |      |      |      |    |    |    |     |     |     |
|----------|---|------|------|------|------|------|------|----|----|----|-----|-----|-----|
| $x$ (cm) | 0 | 0.2  | 0.4  | 0.6  | 0.8  | 1.2  | 1.5  | 2  | 5  | 8  | 10  | 12  | 14  |
| mV       |   |      |      |      |      |      |      |    |    |    |     |     |     |
| $B$ (mT) |   |      |      |      |      |      |      |    |    |    |     |     |     |
| 理論值      |   |      |      |      |      |      |      |    |    |    |     |     |     |
| 誤差       |   |      |      |      |      |      |      |    |    |    |     |     |     |
| $x$ (cm) | 0 | -0.2 | -0.4 | -0.6 | -0.8 | -1.2 | -1.5 | -2 | -5 | -8 | -10 | -12 | -14 |
| mV       |   |      |      |      |      |      |      |    |    |    |     |     |     |
| $B$ (mT) |   |      |      |      |      |      |      |    |    |    |     |     |     |
| 理論值      |   |      |      |      |      |      |      |    |    |    |     |     |     |
| 誤差       |   |      |      |      |      |      |      |    |    |    |     |     |     |

繪出表 1 與表 2 之  $B-x$  圖。



2. 使用 X-Y 記錄器 ( $x=0$  在左 (右) 線圈的左 (右) 側)

將 X-Y 記錄器在記錄紙上繪出之曲線標出橫軸、縱軸的單位。

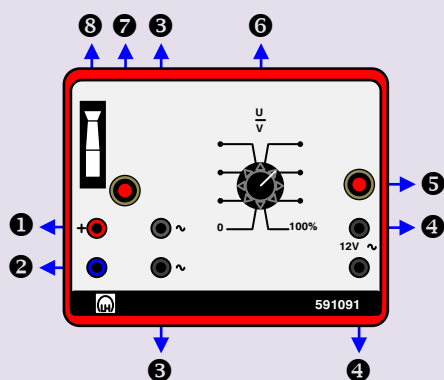
問題

- (1) 解釋你所繪  $B-x$  圖曲線之行為。
- (2) 說明誤差發生之原因。
- (3) 比較 X-Y 錄器所做出圖形和手動的數據圖。
- (4) 所測得兩線圈間之磁場有何特性？
- (5) 舉例說明 Helmholtz 線圈之應用。



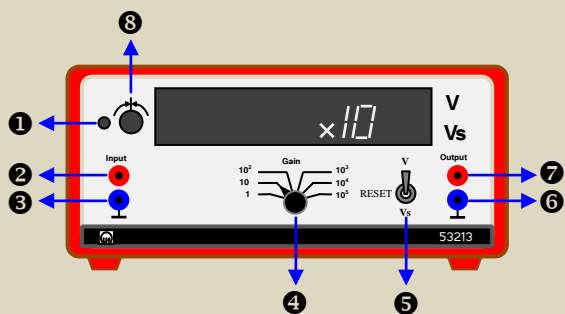
## 附錄 I

### LH 電源供應器

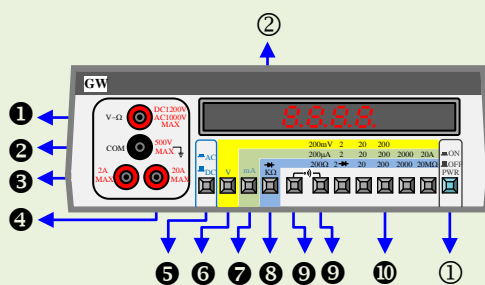


- ① 0~20V DC “+”輸出端插孔
- ② 0~20V DC “-”輸出端插孔
- ③ 0~20V AC 輸出端插孔
- ④ AC 12V 1.8A 輸出端插孔
- ⑤ AC 12V 1.8A 過電流重置鈕
- ⑥ 輸出調整鈕
- ⑦ 過電流重置鈕
- ⑧ 電源開關

### 微伏計

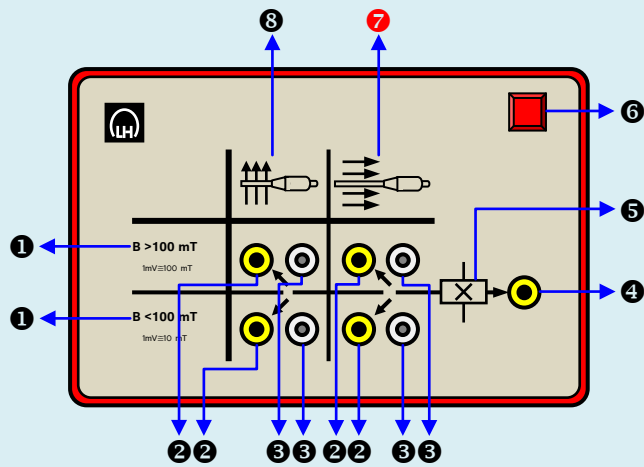


- ① 自動補償按鈕
- ② 訊號輸入“+”端插孔
- ③ 訊號輸入“-”端插孔
- ④ 放大倍率選擇鈕
- ⑤ 功能選擇鈕
- ⑥ 訊號輸出“-”端插孔
- ⑦ 訊號輸出“+”端插孔
- ⑧ 歸零微調鈕



### 數位式三用電表

- ① 電壓/電阻量測輸入插孔
- ② 接地輸入插孔
- ③ 2A 電流量測輸入插孔
- ④ 20A 電流量測輸入插孔
- ⑤ AC/DC 量測選擇鈕
- ⑥ 電壓量測選擇鈕
- ⑦ 電流量測選擇鈕
- ⑧ 電阻量測選擇鈕
- ⑨ 警示聲(σ<1moh)
- ⑩ 量測範圍選擇鈕
- ① 電源開關
- ② 顯示幕

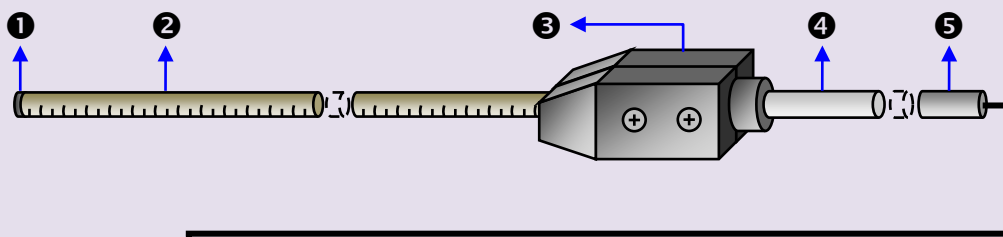


霍耳測試電源供應器

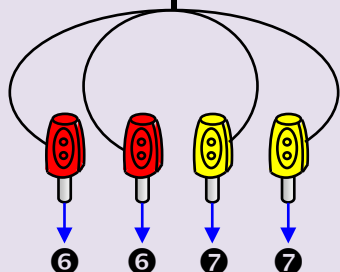
- ① 測量 B 場大小範圍指示
- ② 控制電流輸出 “+” 插孔
- ③ 可調電流鈕
- ④ 控制電流輸出控制 “-” (共同端)
- ⑤ 霍耳產生器的符號
- ⑥ 電源指示燈
- ⑦ 軸向測試棒使用區
- ⑧ 切線方向測試棒使用區

可調電流之範圍

- 1.  $B < 100 \text{ mT}$  : 5 ~ 15 (mA)
- 2.  $B > 100 \text{ mT}$  : 50 ~ 150 (mA)

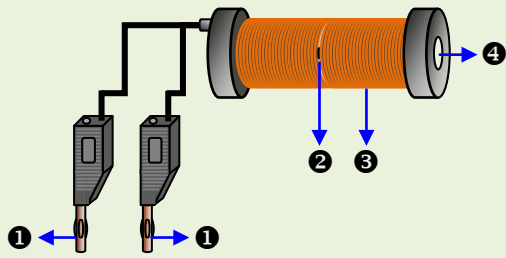


軸向霍爾測試棒



- ① InAs 半導體材料
- ② 保護套
- ③ 手把
- ④ 可夾之不銹鋼柱
- ⑤ 連接導線
- ⑥ 紅色插子 (霍耳電壓)
- ⑦ 黃色插子 (控制電源)

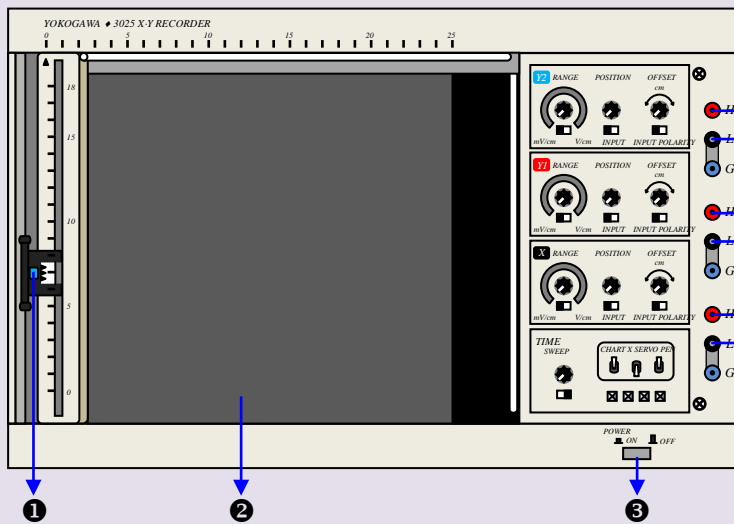
測試範圍：0.3 mT ~ 1 T



### 軸向霍爾測試棒校正標準線圈

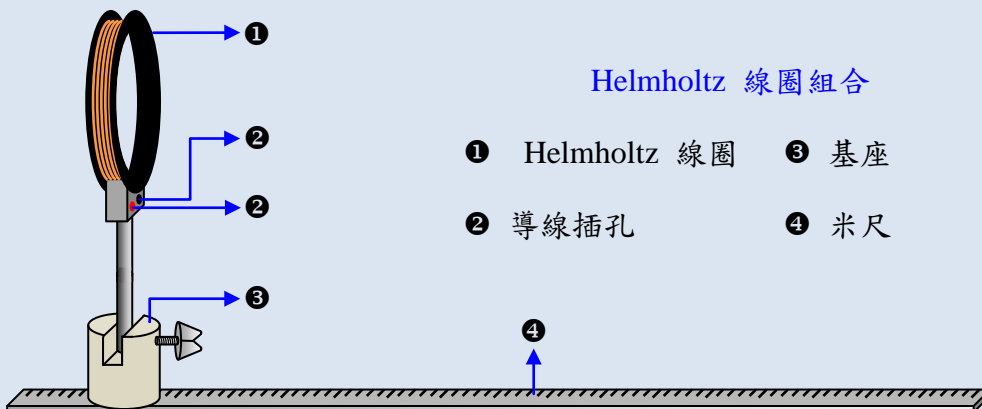
- ① 線圈電源供應插子
- ② 空隙
- ③ 線圈
- ④ 測試棒插入孔

※ 線圈通過 1A 電源時，空隙中心  $B=10 \text{ mT}$



### X-Y 記錄器

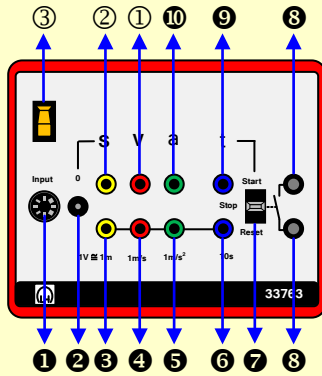
- ① 筆夾
- ② 記錄紙放置處
- ③ 電源按鈕
- ④ X “-”輸入插孔
- ⑤ X “+”輸入插孔
- ⑥ Y1 “-”輸入插孔
- ⑦ Y1 “+”輸入插孔
- ⑧ Y2 “-”輸入插孔
- ⑨ Y2 “+”輸入插孔



### Helmholtz 線圈組合

- ① Helmholtz 線圈
- ② 導線插孔
- ③ 基座
- ④ 米尺

### 移動感應器之電源供應器



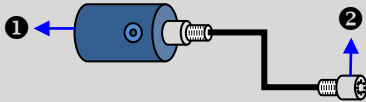
- ① 訊號連接插頭
- ② S 輸出重置鈕
- ③ S “-”輸出插孔
- ④ V “-”輸出插孔
- ⑤ a “-”輸出插孔
- ⑥ t “-”輸出插孔
- ⑦ 時間輸出與遮斷電路控制開關
- ⑧ 遮斷器電路輸入插孔
- ⑨ t “+”輸出插孔
- ⑩ a “+”輸出插孔
- ① V “+”輸出插孔
- ② S “+”輸出插孔
- ③ 電源開關

Start : ”t” 輸出電壓增率 0.1V/s

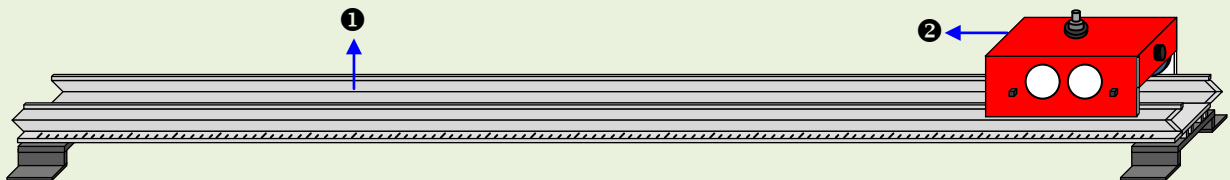
Stop : ”t” 輸出定電壓

Reset : ”t” 輸出電壓為 0

### 移動感應器



- ① 感應滑輪 (本圖中不可視)
- ② 訊號連接插頭



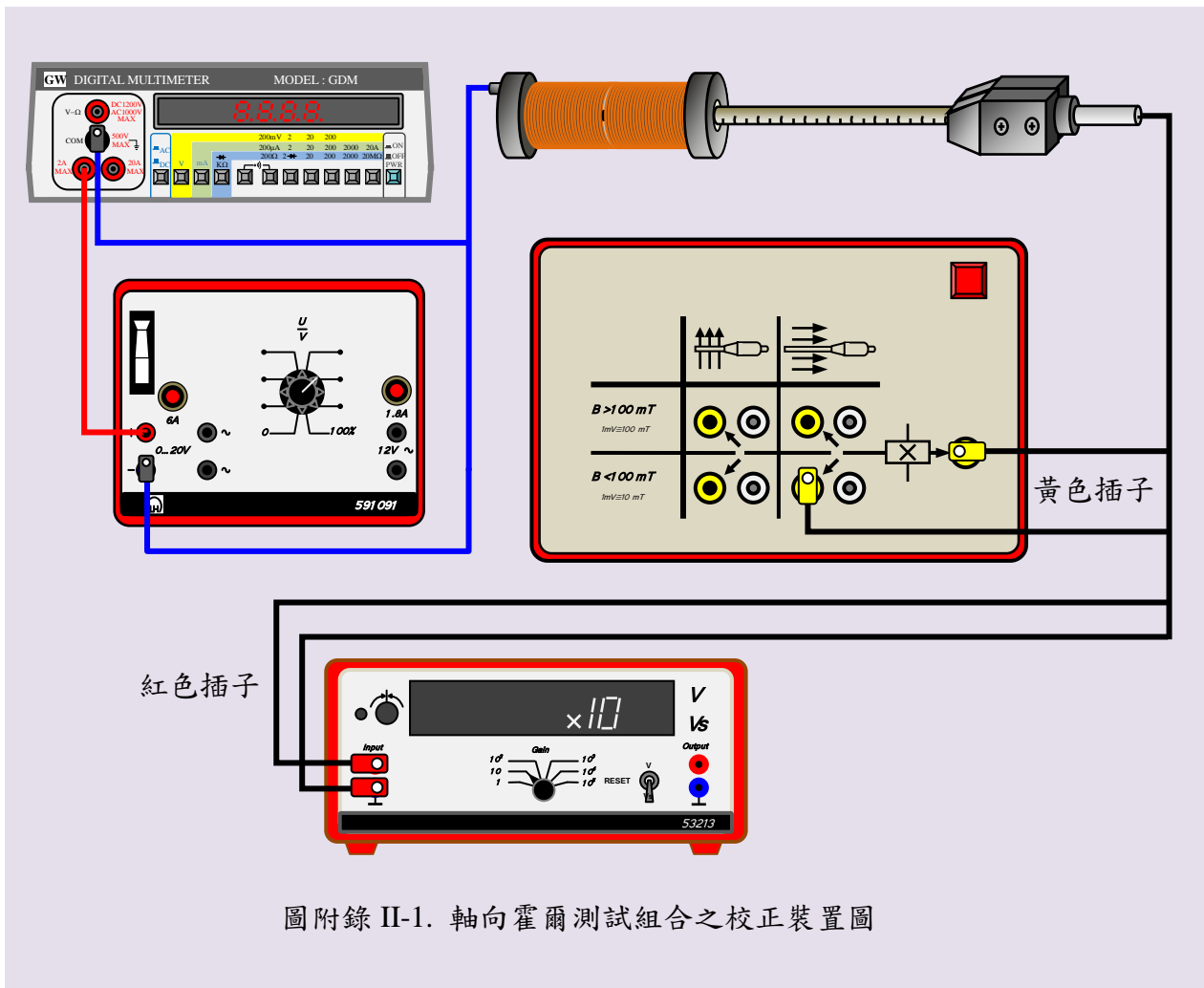
### 滑車組合

- ① 滑軌
- ② 滑車

## 附錄 II

### 軸向霍爾測試組合之校正步驟:

1. 如霍耳測試組合校正裝置圖附錄 II-1 之連接線路，微伏計功能選擇鈕設在 V 檔，因線圈中心的磁場為 10 mT，故測試棒電源供應器應選擇下方 ( $B < 100 \text{ mT}$ ) 之黃色插孔。
2. 微伏計暖機 10 分鐘，歸零 (線圈電流 0 A，按鈕 1 與 8) 後標準線圈通以 1 A 之電流，將軸向霍耳測試棒前端置入線圈中央並平放與桌面如圖附錄 II-1 所示。
3. (迅速完成，以免線圈過熱) 依測試棒電源供應器的指示  $10 \text{ mT} = 1 \text{ mV}$ ，故微伏計讀數須為 1 mV，若讀數超過或不足 1 mV，則調整可調電流鈕使至此值即校正完畢。
4. 校正完畢後所有霍耳測試組合儀表上的可調電流鈕，不能再有變化，保持此情況去完成所要做實驗。**注意：請小心操作，禁止隨意亂調，否則損壞必須負責；一支測試棒價格 NT\$20,000。**



圖附錄 II-1. 軸向霍爾測試組合之校正裝置圖